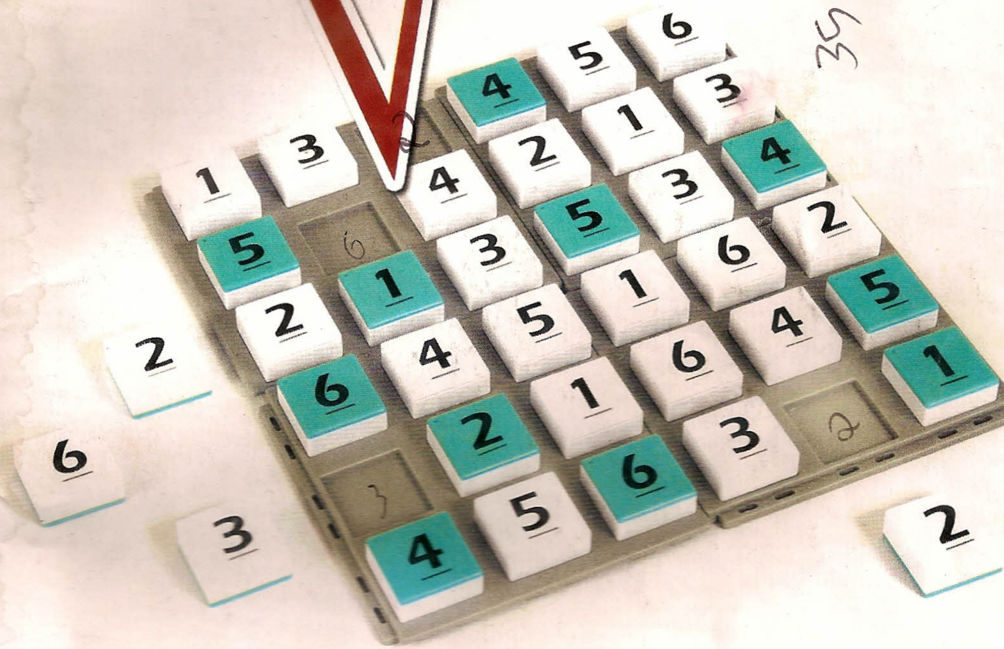
Matemática Básica



35.

Sapiens
COLÉGIO

Questão de sabedoria.

$123457^2 - 123456^2$

ÍNDICE

MATEMÁTICA BÁSICA

CAPÍTULO 01

TEORIA DOS CONJUNTOS

Freqüentemente usamos a noção de conjuntos sem perceber sua importância. Assim como a biologia classifica os seres vivos por características, na química, na física, na geografia, e outras partes da ciência, também tem suas classificações. A parte da matemática que classifica elementos ou números é chamada de TEORIA DOS CONJUNTOS.

A noção matemática de conjunto é o mesmo que: coleção, agrupamento, classe de objetos, etc. Na matemática não se define conjuntos.

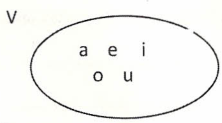
REPRESENTAÇÃO DOS CONJUNTOS

Podemos representar um conjunto tabulando seus elementos (enumerando, listando), ou por uma propriedade que caracteriza seus elementos (compreensão), ou ainda por um diagrama, chamado DIAGRAMA DE VENN.

Exemplo:

$V = \{a,e,i,o,u\}$

$V = \{x \,/\, x \text{ é vogal}\}$



RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

É a relação que se estabelece entre elemento e conjunto. Onde usamos os símbolos de $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence).

Exemplo:

$a \in V$

$e \in V$

$b \notin V$

$c \notin V$

RELAÇÃO DE INCLUSÃO (SUBCONJUNTO)

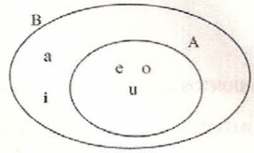
Os símbolos de inclusão ou subconjunto são:

$\subset$ (está contido); $\not\subset$ (não está contido); $\supset$ (contém); $\supset$ (não contém).

Dizemos que um conjunto A é subconjunto de outro conjunto B, se todos os elementos de A forem elementos de B.

Exemplo:

Sejam os conjuntos $A = \{e,o,u\}$ e $B = \{a,e,i,o,u\}$, então:



$A \subset B$ "A é subconjunto de B"
ou
$B \supset A$ "B contém A"

Observações:

I. Conjunto unitário é o conjunto formado por um único elemento: $X = \{a\}$
II. Conjunto vazio é o conjunto que não tem elementos: $\{\ \} = \varnothing$
III. Conjunto Universo é o conjunto formado por todos os elementos possíveis de um conjunto.

PROPRIEDADES:

P_1) Todo conjunto é subconjunto de si mesmo.

$$\boxed{A \subset A}$$

P_2) O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

$$\boxed{\varnothing \subset A}$$

CONJUNTO DAS PARTES:

É o conjunto formado por todos os possíveis subconjuntos de um conjunto qualquer.

Seja A um conjunto, indica-se por P(A) o conjunto das partes.

Exemplo:

Seja o conjunto $A = \{a,b,c\}$, então:

$P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \varnothing\}$

PROPRIEDADE:

P_3) Se A tem n elementos, então o número de elementos do conjunto das partes é dado por 2^n.

$$\boxed{n\,P(A) = 2^n}$$

Observe que pelas propriedades citadas: $\varnothing \in P(A)$ e $A \in P(A)$

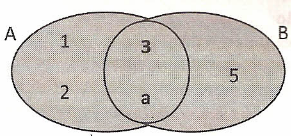
OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

UNIÃO OU REUNIÃO DE CONJUNTOS:

Chama-se união de dois conjuntos $A \cup B$, o conjunto formado por todos os elementos de A ou B.

$$\boxed{A \cup B = \{x \,/\, x \in A \text{ ou } x \in B\}}$$

Exemplo:
Se A = {1,2,3,a} e B = {a,3,5}, então: $A \cup B$ = {1,2,3,a,5}

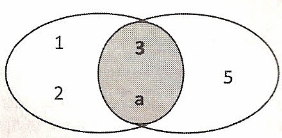


INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS:

Chama-se de intersecção entre dois conjuntos $A \cap B$, o conjunto formado pelos elementos comuns de A e B.

$$\boxed{A \cap B = \{x \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}}$$

Exemplo:
Se A = {1,2,3,a} e B = {a,3,5}, então: $A \cap B$ = {3,a}



Podemos então compreender facilmente que o número de elementos da união entre dois conjuntos é dado por:

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

Ainda, se $A \cap B = \varnothing$, então $n(A \cap B) = 0$

Logo: $\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}$

(A e B são chamados conjuntos DISJUNTOS).

DIFERENÇA DE CONJUNTOS:

Chama-se de diferenção de dois conjuntos A-B, o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B.

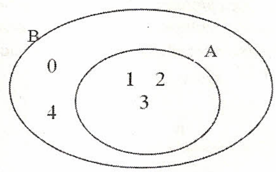
$$\boxed{A - B = \{x \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B\}}$$

Observação:

Se A e B são conjuntos tais que $A \subset B$, então a diferença B-A é denominada de COMPLEMENTAR de A em B e representa-se por:

$$\boxed{C_B^A = B - A}$$

Exemplo:
Se A = {1,2,3} e B = {0,1,2,3,4}, então: $B - A = C_B^A$ = {0,4}
Observe:



$\boxed{A \subset B}$

CONJUNTOS IGUAIS:

Diz-se que dois conjuntos A e B são iguais quando eles têm os mesmos elementos.

Exemplo:
A = {S,A,P,I,E,N,S} e B = {S,N,E,I,P,S,A}

$$\boxed{A = B}$$

EXERCÍCIOS

01). Analise as afirmações abaixo:

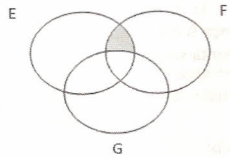
I. $\{a\} \subset \{a,b\}$
II. $\{2\} \in \{\{2\},2\}$
III. $\{2\} \subset \{\{2\},2\}$

Assinale a alternativa correta:
a) Apenas I está correta.
b) I e II estão corretas.
c) II e III estão corretas.
d) Todas são falsas.
e) Todas são verdadeiras.

02). (FUVEST) Dados os conjuntos $A = \{a,b,c\}$, $B = \{b,c,d\}$ e $C = \{a,c,d,e\}$. Determine o conjunto: $\{(A-C) \cup (C-B) \cup (A \cap B \cap C)\}$.

03). (FEI) No diagrama abaixo, é correto afirmar que a parte sombreada representa:

a) $(F \cap G) - E$
b) $G - (E \cap F)$
c) $F \cap G \cap E$
d) $(E \cap G) - F$
e) $(E \cap F) - G$



04). Em cinqüenta e cinco amostras de sangue, observou-se que vinte apresentam o antígeno A, doze apresentam o antígeno B e sete apresentam ambos os antígenos. Quantas amostras são sangue tipo O?

05). Feita uma pesquisa sobre o consumo de três marcas de refrigerantes: A, B e C. Obtiveram os resultados segundo a tabela a seguir:

Marca	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	nenhum
Número de consumidores	109	203	162	25	41	28	5	115

Determine o número de pessoas consultadas.

<u>EXERCÍCIOS PROPOSTOS</u>

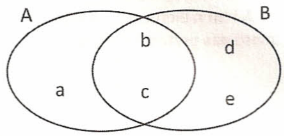
01). (CEFET) Dados os conjuntos $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{4,5,6,7\}$ e $C-A=\{7,8,9\}$, $C-B=\{3,8,9\}$ e $A \cap B \cap C=\{4\}$. O número de elementos do conjunto C é:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

02). (UFPI) Considere os conjuntos M e N tais que $M \cup N=\{1,2,3,4,5,6\}$, $M \cap N=\{1,2\}$ e $N-M=\{3,4\}$. Assinale a alternativa correta.

a) $M=\{1,2,3\}$ b) $M=\{1,2,5,6\}$ c) $N=\{1,2,4\}$ d) $N=\{1,2\}$ e) $M=\{1,2,3,4\}$

03). Observe o diagrama e analise as afirmações:



I. $c \in A$ e $c \in B$
II. $a \in A$ ou $a \in B$
III. $b \in A$ ou $b \in B$
IV. $\{b,c\} \subset A$

Assinale a alternativa correta:
a) Todas estão corretas.
b) Todas estão falsas.
c) Apenas I está correta.
d) Apenas I e IV estão corretas.
e) Apenas II está falsa.

04). (MACK) Se A e B são dois conjuntos tais que $A \subset B$ e $A \neq \varnothing$, então:
a) sempre existe $x \in A$ tal que $x \notin B$.
b) sempre existe $x \in B$ tal que $x \notin A$.
c) se $x \in B$, então $x \in A$.
d) se $x \notin B$, então $x \notin A$.
e) $A \cap B = \varnothing$.

05). (PUC) Supondo A, B e C três conjuntos não vazios, assinale a alternativa correta:
a) $A \subset C$, $B \cap C = \varnothing$ então $A \cap B \neq \varnothing$.
b) $A \subset B$, $C \cap A \neq \varnothing$ então $C \subset B$.
c) $A \subset B$, $C \subset B$ então $A \cap C \neq \varnothing$.
d) $A \subset B$, $B \cap C \neq \varnothing$ então $A \cap C \neq \varnothing$.
e) $A \subset B$, $C \cap A \neq \varnothing$ então $(A \cap C) \subset B$.

06). Se A e B são dois conjuntos tais que: $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A-B=\{1,3,6,7\}$ e $B-A = \{4,8\}$, então $A \cap B$ é:
a) $\varnothing$
b) $\{1,4\}$
c) $\{2,5\}$
d) $\{6,7,8\}$
e) $\{1,3,4,6,7,8\}$

07). (UNESP) Se A = {2,3,5,6,7,8}, B = {1,2,3,6,8} e C = {1,4,6,8}, então:

a) $(A-B) \cap C = \{2\}$
b) $(B-A) \cap C = \{1\}$
c) $(A-B) \cap C = \{1\}$
d) $(B-A) \cap C=\{2\}$
e) $A \cup B \cup C = C$

08). (UEM) Considerando A o conjunto dos procariotos e B o conjunto dos seres que realizam fotossíntese, é correto afirmar que o conjunto que representa as cianobactérias é:

a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) A-B
d) B-A
e) $(A \cup B) - A \cap B)$

09). (UEM) Seja A o conjunto dos animais ovíparos, B o conjunto dos animais que voam e C o conjunto de animais mamíferos, então é incorreto afirmar que:

a) $A \cap C \neq \varnothing$
b) $B \cap C \neq \varnothing$
c) $A \cap B \neq \varnothing$
d) $(A \cap C) \cup (B \cap C) \neq \varnothing$
e) $A \cap B \cap C \neq \varnothing$

10). (PUC) Se A, B e $A \cap B$ são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos, respectivamente, então o número de elementos do conjunto $A \cup B$ é:

a) 10 b) 70 c) 85 d) 110 e) 170

11). Numa pesquisa realizada, verificou-se que das pessoas consultadas, 100 liam a revista A, 150 liam a revista B, 20 liam as duas revistas A e B e 110 pessoas não liam nenhuma das duas revistas. Quantas pessoas foram consultadas?

a) 340 b) 230 c) 320
d) 210 e) 250

12). (SANTA CASA) Feito exame de sangue em um grupo de 200 pessoas, constatou-se que: 80 delas têm sangue com fator Rh negativo, 65 têm sangue tipo O e 25 têm sangue tipo O com fator Rh negativo. O número de pessoas diferente de O e com fator Rh positivo é:

a) 25 b) 40 c) 65
d) 80 e) 120

13). (UEL) Um grupo de estudantes resolveu fazer uma pesquisa sobre as preferências dos alunos quanto ao cardápio do Restaurante Universitário. 9 alunos optaram somente por carne de frango, 3 somente por peixe, 7 por carne bovina e frango, 9 por peixe e carne bovina e 4 pelos três tipos de carne. Considerando que 20 alunos manifestaram-se vegetarianos, 36 não optaram por carne bovina e 42 não optaram por peixe, assinale a alternativa que apresenta o número de alunos entrevistados:

a) 38 b) 42 c) 58
d) 62 e) 78

14). (UEM) Num grupo de pessoas detectou-se que 23 pessoas são fumantes, 52 tomam café e todos os fumantes tomam café. 10 pessoas sofrem de insônia porque fumam e outras 5 só porque tomam café. Determine o número de pessoas não fumantes, consumidoras de café, que não tem problemas para pegar no sono.

15). (PUC/ adaptada) Numa comunidade constituída de 1800 pessoas, há três programas de TV favoritos: esporte (E), novela (N) e humorismo (H). A tabela a seguir indica quantas pessoas assistem a esses programas:

Programa	E	N	H	E e N	N e H	E e H	E, N e H
Número de telespectadores	400	1220	1080	220	800	180	100

Por meio desses dados, verifica-se que o número de pessoas da comunidade que não assistem a qualquer programa é:

a) 100 b) 200 c) 900
d) 2700 e) 3000

16). Quarenta e um alunos de um colégio opinaram numa pesquisa em que eram solicitados a responder se eram leitores de jornal ou revista. Concluiu-se exatamente que:

- 24 alunos lêem jornal.
- 30 alunos lêem revista.
- 5 alunos não lêem jornal nem revista.

Quantos alunos lêem jornal e revista?

17). Uma distribuidora de filmes pesquisou, dos 3 filmes lançados, quais estavam agradando mais o seu público. Sabe-se que 32% do público gostou do filme X, 29% gostou do filme Y, 30% gostou do filme Z, 17% gostou dos filmes X e Y, 13% gostou dos filmes Y e Z, 12% gostou dos filmes X e Z e 5% gostou dos filmes X, Y e Z. Sabendo-se que foram entrevistados 1500 pessoas, quantos não gostaram de nenhuma?

a) 530 b) 585 c) 615
d) 690 e) 720

18). (FUVEST/ adaptado) Num dos vestibulares da Fuvest, exigia-se dos candidatos à carreira de administração a nota mínima de 3,0 em Matemática e em Redação. Apurados os resultados, verificou-se que 175 candidatos foram eliminados em Matemática e 76 candidatos foram eliminados em Redação. O número total de candidatos eliminados por essas duas disciplinas foi 219. Qual o número de candidatos eliminados apenas pela Redação?

a) 44 b) 49 c) 37
d) 32 e)51

19). Cada um dos 51 professores de uma escola leciona em pelo menos um dos três prédios, A, B e C, que a escola possui. A distribuição de aulas aos professores foi feita de modo que, precisamente:

- 32 professores lecionam no prédio A;
- 30 professores lecionam no prédio B;
- 29 professores lecionam no prédio C;
- 17 professores lecionam nos prédios A e B;
- 18 professores lecionam nos prédios A e C;
- 13 professores lecionam nos prédios B e C;

Quantos desses professores lecionam nos três prédios da escola?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

GABARITO				
01. C	02. B	03. A	04. D	05. E
06. C	07. B	08. B	09. E	10. D
11. A	12. D	13. C	14. 24 pessoas.	15. B
16. 18 alunos.	17. D	18. A	19. C	

CAPÍTULO 02

CONJUNTOS NUMÉRICOS

INTRODUÇÃO: A história relata claramente a evolução científica do homem na terra, e diretamente ligada a ele estão os números. Este é o importante motivo de conhecer a classificação dos números.

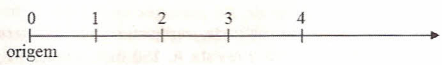
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Representamos por $\mathbb{N}$ e iniciamos por zero, e para obtermos os demais elementos do conjunto, acrescentamos sempre uma unidade. Assim temos um conjunto infinito de termos.

$$\boxed{\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,...\}}$$

Observação: $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,...\} = \mathbb{N} - \{0\}$

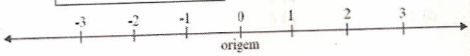
Podemos representar o conjunto $\mathbb{N}$ em uma semi-reta:



CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Representado por $\mathbb{Z}$, é o conjunto em que os números apresentam os símbolos + e -, onde representados em uma reta, os números a direita do zero são positivos e os números posicionados a esquerda do zero são negativos. Assim temos uma relação de ordem: "quanto mais a direita da reta, maior será o número e quanto mais a esquerda menor será o número".

$\mathbb{Z}$ = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...}



Observação: Inteiros não-negativos: $\mathbb{Z}_+ = \{0,1,2,3,...\}$

Inteiros não-positivos: $\mathbb{Z}_- = \{0,-1,-2,-3,...\}$

Inteiros não-nulos: $\mathbb{Z}^* = \{...,-2,-1,1,2,...\}$

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Representados por $\mathbb{Q}$, são todos os números que podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$.

$$\mathbb{Q} = \{x \,/\, x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$$

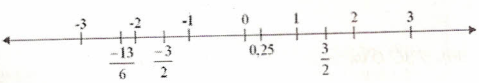
Exemplos:

Números inteiros: $5 = \frac{5}{1}$; $-7 = \frac{-7}{1}$; $0 = \frac{0}{b \neq 0}$

Decimal exata (finito): $0,5 = \frac{1}{2}$; $0,25 = \frac{1}{4}$; $1,5 = \frac{3}{2}$

Decimal infinita e periódica: $0,333... = \frac{1}{3}$; $2,16666... = \frac{13}{6}$

Observação: Admitem-se também as notações +, . e * para subconjuntos de .



CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Representado por $(\mathbb{R} - \mathbb{Q})$, são os números cuja expansão decimal seja infinita e não-periódica.

Exemplos:

$\sqrt{2} = 1,41421....$

$\sqrt{3} = 1,73205....$

$e = 2,71828...$

$\pi = 3,141592...$

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

Representados por $\mathbb{R}$, é a união do conjunto dos racionais $(\mathbb{Q})$ com os irracionais $(\mathbb{R} - \mathbb{Q})$.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$$

Observação:

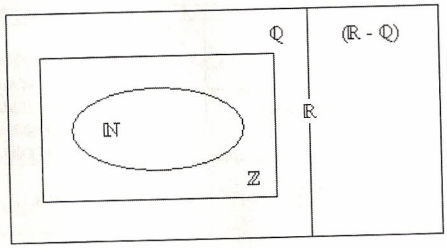
Números reais não-nulos: $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$

Números reais não-negativos: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 0\}$

Números reais não-positivos: $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq 0\}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

DIAGRAMA:



INTERVALOS

É muito importante conhecer a relação de ordem dos números reais, pois as vezes a localização exata torna-se difícil, portanto em determinadas situações, o importante não é a marcação exata e sim a sua posição em relação a outros números. Os intervalos são representações matemáticas para compreendermos a densidade de certos conjuntos.

REPRESENTAÇÃO DE INTERVALOS

- Intervalo aberto:

Representação Geométrica	Representação Algébrica
 a b	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < b\}$ ou $]a,b[$

- Intervalo fechado:

Representação Geométrica	Representação Algébrica
 a b	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$ ou $[a,b]$

- Intervalo semi-aberto:

Representação Geométrica	Representação Algébrica
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$ ou $[a,b[$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$ ou $]a,b]$

- Intervalo ilimitado:

Representação Geométrica	Representação Algébrica
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ ou $]a,+\infty[$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$ ou $[a,+\infty[$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ ou $]-\infty, a[$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$ ou $]-\infty, a]$

EXERCÍCIOS

01). (UEM) Em uma circunferência C, a razão r entre o perímetro e o diâmetro de C é um número real. Sobre r, é correto afirmar:
a) é igual ao lado do quadrado inscrito.
b) é o raio de circunferência.
c) é constante e irracional.
d) é a tangente de 45°
e) é o seno de 45°.

02). (UFMG) Seja N o conjunto dos números naturais, K = {3x / x∈ N}, L = {5x / x∈ N} e M = {15x / x∈ N}. Qual a afirmativa correta?
a) $K \cup L = M$
b) $K \subset L$
c) N-L = M
d) K-L = M
e) $K \cap L = M$

03). (UNESP) Se A = {x ∈ N / x = 4n}, com n ∈ N, e B = {x∈ N* / $\frac{20}{x}$ = n} com n ∈ N, então o número de elementos de $A \cap B$ é:
a) 3 b) 2 c) 1
d) 0 e) 4

04). (FGV) Quaisquer que sejam o racional x e o irracional y, pode-se dizer que:
a) x .y é irracional.
b) y . x é irracional.
c) x + y é racional.
d) $x - y + \sqrt{2}$ é irracional.
e) x + 2y é irracional.

05). (UEM) É correto afirmar que:
(01) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
(02) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
(04) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
(08) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
(16) O produto de dois números racionais é sempre um número racional.

06). (PUC) O valor de $\dfrac{\sqrt{1,777...}}{\sqrt{0,111...}}$ é igual a:
a) 4,444... b) 4 c) 4,777...
d) 3 e) $\dfrac{4}{3}$

07). (PUC) O número $(0,666...)^2$ é igual a:
a) 0,3666... b) 0,3636... c) 0,444...
d) 0,4000... e) 0,1333...

360 | 81
360 4,
$x = 0,666..$
$10x = 6,666..$
$9x = 6 \quad x = \frac{6}{9}$
$\left(\frac{6}{9}\right)^2$
$\frac{36}{81}$

08). (UEFS) Sendo M = {x∈N / x = 3k, com k∈N} e S = {x∈N / x = $\frac{30}{n}$, com n∈N*}, o número de elementos do conjunto M ∩ S é igual a:
a) 1 b) 3 c) 4 d) 6
e) 7

09). (FGV) Assinalando V ou F se as sentenças são verdadeiras ou falsas:

$\mathbb{N} \supset \mathbb{Q}$
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$
$\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{N}$
$(\mathbb{Q} \cap \mathbb{R}) \supset \mathbb{Q}$, obtemos:

a) F,V,F,V b) V,V,V,V c) F,V,V,F
d) F,V,V,V e) V,V,V,F

10). (FUVEST) O número x não pertence ao intervalo aberto de extremos -1 e 2. Sabe-se que x < 0 ou x > 3. Pode-se afirmar que:
a) x ≤ -1 ou x > 3.
b) x ≥ 2 ou x < 0.
c) x ≥ 2 ou x ≤ -1.
d) x > 3.
e) x < 3.

11). (UFMG) Se A = {x ∈ R / x > $\frac{5}{8}$}, B = {x∈R / $\frac{5}{8} \leq x \leq \frac{3}{4}$} e C = {x∈R / x < $\frac{2}{3}$} então (A ∪ B) ∩ C é:

a) {x∈R / x < $\frac{2}{3}$}
b) {x∈R / x ≤ $\frac{3}{4}$}
c) {x∈R / x ≥ $\frac{5}{8}$}
d) {x∈R / $\frac{5}{8} \leq x < \frac{2}{3}$}
e) {x∈R / $\frac{5}{8} \leq x \leq \frac{3}{4}$}

12). (UFSM) Dados os conjuntos A = {x∈N / x é ímpar}, B = {x∈Z / -2 < x ≤ 9} e C = {x∈R / x ≥ 5}, o produto dos elementos que formam o conjunto (A ∩ B)-C é igual a:
a) 1 b) 3 c) 15
d) 35 e) 105

13). (UFP) Considere o intervalo real A = [7,15[, o conjunto B = {x∈R/-4≤x<10} e as seguintes afirmativas:

I. A ∪ B =]-4,15[
II. A ∩ B = [7,10[
III. A-B = [10,15[

É correto o que se afirma em:
a) I apenas.
b) II apenas.
c) III apenas.
d) II e III apenas.
e) I, II e III.

14). (PUC) Considere os conjuntos:

N, dos números naturais,
Q, dos números racionais,
Q_+, dos números racionais não-negativos,
R, dos números reais.

O número que expressa:
a) a quantidade de pessoas de uma cidade é um elemento de Q_+, mas não de N.
b) a medida de altura de uma pessoa é um elemento de N.
c) a velocidade média de um veículo é um elemento de Q, mas não de Q_+.

d) o valor pago, em reais, por um sorvete é um elemento de Q_+.
e) a medida do lado de um triângulo é um elemento de Q.

15). Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

a) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.
b) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma $\frac{p}{q}$, sendo p e q inteiros, $q \neq 0$.
c) O número real representado por 0,37222... é um número racional.
d) Toda raiz de uma equação algébrica do 2° grau é um número real.
e) O quadrado de um número real é um número racional.

16). O numeral $512^{0,555...}$ é equivalente a :

a) 32 b) $16\sqrt{2}$ c) 2
d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt[5]{2}$

17). O valor de x na equação: $x = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+...}}}}}$ é:

a) um número irracional positivo.
b) um número irracional negativo.
c) um número racional negativo.
d) um número racional positivo.
e) um número imaginário.

18). (FUVEST) Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de $\frac{x}{y}$ é:

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) 1

19). (ENEM) Assinale a única afirmativa verdadeira a respeito de números reais:
a) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
b) O produto de dois números irracionais é sempre um número racional.
c) Os números que possuem representação decimal periódica são irracionais.
d) Todo número racional tem uma representação decimal finita.
e) Se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

20). (ESPCEX) Se A = [-5,1[e B = $]\frac{-\sqrt{2}}{3}, \sqrt{5}[$, então os conjuntos A-B e $A \cap B$ são, respectivamente:

a) $[-5, \frac{-\sqrt{2}}{3}]$ e $]\frac{-\sqrt{2}}{3}, 1[$
b) $[-5, \frac{-\sqrt{2}}{3}]$ e $]\frac{-\sqrt{2}}{3}, \sqrt{5}[$
c) $[\frac{-\sqrt{2}}{3}, 1[$ e $]\frac{-\sqrt{2}}{3}, \sqrt{5}[$
d) $[1, \sqrt{5}]$ e $]-5, \frac{-\sqrt{2}}{3}[$
e) $]\frac{-\sqrt{2}}{3}, 1[$ e $[\frac{-\sqrt{2}}{3}, 1]$

GABARITO				
01. C	02. E	03. B	04. E	05. 20
06. B	07. C	08. C	09. A	10. A
11. D	12. B	13. D	14. D	15. C
16. A	17. D	18. D	19. E	20. A

CAPÍTULO 03

AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Lembramos que as quatro operações fundamentais são: adição, subtração, multiplicação e divisão. Importante ainda ressaltar que essa ordem deve ser obedecida.

- **ADIÇÃO**

> As parcelas são dispostas de modo que se tenha vírgula sobre vírgula.

EXERCÍCIOS:

01). 4,82 + 2,3 + 21 =
02). 5,03 + 27,72 + 2,25 =

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

a) Comutativa: A ordem das parcelas não altera a soma.

$$\boxed{a + b = b + a}$$

b) Associativa: As parcelas podem ser agrupadas sem alterar o resultado.

$$\boxed{a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c}$$

Observação: O elemento neutro na adição é zero.
0 + 5 = 5 + 0 = 5

- **SUBTRAÇÃO**

> Os termos da subtração são denominados minuendo e subtraendo, obedecendo à posição das vírgulas e quando necessário, acrescenta zero à parte decimal do minuendo.

EXERCÍCIOS:

03). 41,9 – 33,47 =
04). 58,02 – 27,35 =

Cuidado com o sinal !

I. Numa soma algébrica de números de mesmo sinal faz-se a soma das parcelas, dando-se ao resultado o sinal comum.

II. Numa soma algébrica de números de sinais contrários, faz-se a diferença das parcelas, dando-se ao resultado o sinal do maior.

EXERCÍCIOS:

05). 8 – 3 =
06). 3 – 8 =

Observação: Quando a operação tiver mais de duas parcelas, sugere-se que faça um agrupamento entre os números positivos e negativos.

07). 73 – 34 + 26 – 13 – 22 =

- **MULTIPLICAÇÃO**

> O produto terá tantas casas decimais quanto resultarem da soma das casas dos fatores.

EXERCÍCIOS:

08). 7,23 x 2,2 =
09). 7,32 x 12,5 =

Importante lembrar:

I. O produto de dois fatores de mesmo sinal dá-se ao resultado o sinal positivo.

II. O produto de dois fatores de sinais contrários dá-se ao resultado o sinal negativo.

10). 8 x 3 =
11). (-8) x (-3) =
12). (-8) x 3 =

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

a) Comutativa: A ordem dos fatores não altera o produto.

$$\boxed{a . b = b . a}$$

b) Associativa: Os fatores podem ser agrupados, sem que altere o resultado.

$$\boxed{a . b . c = a . (b . c) = (a . b) . c}$$

c) Distributiva: Distribui-se a multiplicação de um elemento para uma soma ou subtração de parcelas.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Observações:

I. O elemento neutro na multiplicação é o número 1.

$1.5 = 5.1 = 5$

II. Zero multiplicado por qualquer número, é zero.

$0.5 = 5.0 = 0$

III. Multiplicação de sinais:

$+ . + = +$

$- . - = +$

$+ . - = -$

$- . + = -$

- **DIVISÃO**

Os componentes da divisão são: dividendo (D), divisor (d), quociente (Q) e resto (R). Uma divisão é dita exata quando o resto for nulo.

Quando necessário, acrescentamos zeros à porte decimal do dividendo ou do divisor, para que se igualem as casas decimais.

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline R & Q \end{array} \quad \therefore \quad D = d.Q+R$$

EXERCÍCIOS:

12). $843 \div 5 =$
13). $43{,}47 \div 3{,}5 =$
14). $0{,}4084 \div 0{,}2 =$
15). $8 \div 25 =$

Observações:

I. Qualquer número dividido um, é ele mesmo.

$N \div 1 = N$

II. Um número dividido por ele mesmo é um:

$N \div N = 1$

III. Zero dividindo por qualquer número, é zero:

$0 \div N = 0$

IV. Não existe divisão por zero:

$N \div 0 =$ impossível

V. Divisão de sinais:

$$\frac{+}{+} = + \qquad \frac{+}{-} = -$$

$$\frac{-}{-} = + \qquad \frac{-}{+} = -$$

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Para resolver expressões numéricas, temos que obedecer a seguinte ordem de operações: multiplicação e divisão e depois adição e subtração. Em expressões que apareçam sinais de: ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves, efetuam-se as operações eliminando-se, na ordem, parênteses, colchetes e chaves.

EXERCÍCIOS:

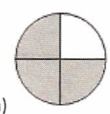
16). $2 + \{3 - [1 + (2 - 5 + 4)\ ] + 8\} =$
17). $\{2 - [3 . 4 \div 2 - 2 . (3 - 1)]\} + 1 =$

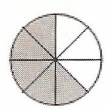
FRAÇÕES ORDINÁRIAS

Sejam a e b dois números naturais com $b \neq 0$, então $\frac{a}{b}$ é uma fração, tal que b é chamado de denominador e indica em quantas partes iguais foi dividido o inteiro, e a é chamado de numerador e indica quantas partes foram tomadas do inteiro.

EXERCÍCIOS:

18). Complete:

a)  —

b)  —

Observação:

I. A fração é própria quando o numerador é menor que o denominador.

$$\frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{17}{23}.$$

II. A fração é imprópria quando o numerador é maior que o denominador.

$$\frac{10}{7};\ \frac{5}{2};\ \frac{23}{17}.$$

As frações impróprias podem ser representadas na forma mista.

EXERCÍCIOS:

19). a) $\frac{10}{7}$ = b) $\frac{5}{2}$ =

III. Quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador por um número diferente de zero, obtemos uma fração equivalente a anterior.

20). Represente pelo menos duas frações equivalentes a cada item.

a) $\frac{24}{36}$ = b) $\frac{3}{5}$ =

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Para efetuarmos algumas operações com frações, é importante lembrarmos das decomposições de um número em fatores primos e também do mínimo múltiplo comum (M.M.C.).

Conjunto dos Números Primos = {2,3,5,7,11,13,...}

21). Decomponha em fatores primos:

a) 30 = b) 180 =

22). Determine o M.M.C. entre:

a) M.M.C. (3,5,8) = b) M.M.C (15,20,12) =

- **SOMA DE FRAÇÕES**

Reduzem-se ao menor denominador comum (M.M.C. dos denominadores) e somam-se os numeradores.

23). $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ =

24). $\frac{1}{12}+\frac{4}{3}-2$ =

- **MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES**

Multiplica-se numerador com numerador e denominador com denominador.

25). $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}=$

26). $(-3)\cdot(-\frac{1}{4})\cdot(-\frac{2}{7})=$

- **DIVISÃO DE FRAÇÕES**

Multiplicamos o numerador pelo inverso do denominador.

27). $\frac{1}{4}\div\frac{2}{5}=$

28). $2\div\frac{1}{2}=$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01). Determine o valor número de cada operação:

a) 4+2.7 = 18
b) 2-3.2 = -
c) 32,4 – 21,3 =
d) 48,2 . 0,032 =
e) 8,4708 ÷ 3,62 =
f) 682,29 ÷ 0,513 =

02). (FUVEST) Calcule: $\frac{0,2\ .\ 0,3}{3,2-2,0}$

a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{3}{10}$

03). (FUVEST) Dividir um número por 0,0125 equivale a multiplicá-lo por:

a) $\frac{1}{125}$ b) $\frac{1}{8}$ c) 8
d) 12,5 e) 80

04). Determine o valor numérico da expressão:
a) 5 . (48 - 4.7) – 4 . [6 .7 – (12-5) . 3] =
b) 12 . 15 – [(13 – 7) . 5 + 11 . (9+3)] =

05). (FUVEST) Calcule $\frac{1}{10} - \frac{1}{6}$, e assinale a correta.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{5}$
d) $-\frac{1}{15}$ e) $-\frac{3}{10}$

06). (FGV) O resultado de $\dfrac{\frac{7}{9}+\frac{9}{8}+\frac{4}{5}}{\frac{2}{7}+\frac{3}{28}}$ é:

a) $\frac{10}{77}$ b) $\frac{70}{11}$ c) $\frac{55}{27}$
d) $\frac{10703}{1080}$ e) $\frac{6811}{990}$

07). (FGV) O resultado de $(1 + \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} + \frac{9}{4}) + (\frac{3}{4} + \frac{7}{8} \times \frac{5}{3})$ é:

a) $1 + \frac{45}{53}$ b) $9 + \frac{5}{288}$ c) 0
d) 1 e) $\frac{2400}{3233}$

08). A fração equivalente a $\frac{13}{16}$, com denominador 48, é:

a) $\frac{29}{48}$ b) $-\frac{29}{48}$ c) $\frac{39}{48}$
d) $-\frac{39}{48}$ e) $\frac{52}{48}$

09). (UFSC) Dado A = $\dfrac{2xy-5z}{6x-\frac{1}{2}}$. O valor inverso de A para x = 1,25; y = 0,4 e z = 0,1 é:

10). (PUC) O valor de $\dfrac{\frac{1}{2}+0{,}3}{8}$ é:

a) 0,1 b) 0,2 c) $\frac{0{,}5}{8}$
d) $\frac{1{,}3}{16}$ e) $\frac{3}{16}$

11). (SANTA CASA) A expressão $\dfrac{1+\frac{1}{1+1}}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}}$ é igual a:

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{15}{16}$ c) $\frac{8}{9}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{3}$

12). (PUC) O valor da expressão $\frac{1}{3}-(\frac{1}{10}\times\frac{4}{3})$ é:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{14}{15}$ c) $\frac{4}{21}$

d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{7}{30}$

13). (FUVEST) Num bolão de loteria, sete amigos ganharam vinte e um milhões, sessenta e três mil e quarenta e dois reais. O prêmio foi dividido em sete partes iguais. Logo, o que cada um recebeu, em reais, foi:

a) 3.009.006,00
b) 3.009.006,50
c) 3.090.006,00
d) 3.090.006,50
e) 3.900.060,50

14). Calcular o valor da expressão: 3 - $\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}\div(\frac{4}{7}-\frac{5}{2}+\frac{4}{3}+\frac{12}{21})$ =

15). Considere a expressão: 0,999... + $\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{1}{15}}$. Efetuando as operações indicada e simplificando termos temos:

a) $\frac{9}{10}$ b) 2 c) $\frac{19}{10}$

d) $\frac{15}{10}$ e) 1

GABARITO				
01. a) 18 b) -4 c) 11,1 d) 1,5424 e) 2,34 f) 1330	02. A	03. E	04. a) 16 b) 18	05. D
06. E	07. A	08. C	09. 14	10. A
11. B	12. A	13. A	14. 66	15. B

CAPÍTULO 04

Potências

Introdução: Na Astronomia, física, química, biologia e em outra ciências é comum aparecer números muito grandes ou pequenos, nestes casos a notação de potência é muito útil para compreender estes números.

Conceito: Dado um número real a e um número n inteiro maior que 1, chamamos de potência enésima (n-ésima) de a o produto de n fatores iguais a a.

$$\boxed{a^n = \underbrace{a.a.a.a....a}_{n\ \text{vezes}}}$$

Onde: a é a base e n é o expoente.

Exemplos:

1) $3^2 = 3.3 = 9$
2) $(-3)^2 = (-3).(-3) = 9$
3) $-3^2 = -3.3 = -9$
4) $(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8$
5) $-2^3 = -2.2.2 = -8$
6) $(2)^4 = 2.2.2.2 = 16$
7) $1^3 = 1.1.1 = 1$
8) $(-1)^3 = (-1).(-1).(-1) = -1$

Observação:

I) Base positiva elevada à expoente par ou ímpar, o resultado é positivo.
II) Base negativa elevada à expoente par o resultado é positivo, porém se elevado a expoente ímpar, o resultado é negativo.
III) $1^n = 1$, para todo n inteiro.
$(-1)^n = 1$, se n for um número par.
$(-1)^n = -1$, se n for um número ímpar.
IV) $0^n = 0$, para n inteiro positivo.
V) Para n inteiro negativo, não se define 0^n.
VI) Não daremos significado para 0^0.
VII) $a^0 = 1$, para $a \in \mathbb{R}^*$ (é comum ouvirmos a frase: "Todo número elevado a zero é 1, porém, não é correta.(Estudaremos no capítulo de exponenciais).

Propriedades:

Se a e b são números reais, e m e n são números inteiros, então valem as propriedades.

- P_1) Multiplicação de potência de mesma base.

$\boxed{a^m.a^n = a^{m+n}}$ Ex.: $2^3.2^2 = 2^5$

- P_2) Divisão de potência de mesma base.

$\boxed{a^m \div a^n = a^{m-n}}$ Ex.: $2^7 \div 2^4 = 2^3$

- P_3) Potência de uma multiplicação.

$(a.b)^n = a^n.b^n$ Ex.: $(2.3)^4 = 2^4.3^4$

- P_4) Potência de uma divisão.

$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ Ex.: $(\frac{6}{4})^3 = \frac{6^3}{4^3}$

- Potência de potência.

$(a^m)^n = a^{m.n}$ Ex.: $(3^2)^4 = 3^8$

Cuidado: $a^{m^n} \neq (a^m)^n$
(potência de ordem superior) (potência de potência)

Ex.: $2^{2^3} \neq (2^2)^3$
$2^8 \neq 2^6$

POTÊNCIA DE EXPOENTE INTEIRO NEGATIVO:

Qualquer número diferente de zero elevado a expoente negativo, usaremos a seguinte notação:

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ou $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^{+n}$

Exemplo:

1). $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

2). $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

3). $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

4). $(\frac{2}{3})^{-3} = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8}$

5). $(\frac{1}{3})^{-3} = (\frac{3}{1})^3 = 27$

6). $(-\frac{3}{5})^{-3} = (-\frac{5}{3})^3 = -\frac{125}{9}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01). O quociente de 50^{50} por 25^{25} é igual a:

a) 25^{25} b) 10^2 c) 100^{25} d) 2^{25} e) 2.25^{25}

02). O valor da soma: $\frac{2^{2003}.9^{1001}}{4^{1001}.3^{2003}} + \frac{2^{2002}.9^{1001}}{4^{1001}.3^{2003}}$ é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 1
d) $\frac{4}{3}$ e) 2

03). (MACK) O valor da expressão $\dfrac{(-5)^2 - 3^2 + (\frac{2}{3})^0}{3^{-2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}}$ é igual a:

a) $\frac{3150}{17}$ b) 90 c) $\frac{1530}{73}$
d) $\frac{17}{3150}$ e) -90

04). (MACK) $2^{x+1} . 4^x$ é igual a:

a) 2^{2x^2+2x} b) 2^{3x+1} c) 4^{3x+1}
d) 8^{2x+1} e) 8^{x^2+x}

05). (FMU) Simplificando-se $(a^{-2} + b^{-2})^{-1}$, tem-se:

a) $a^2 + b^2$
b) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$
c) $\frac{(a.b)^2}{a^2+b^2}$
d) $\frac{a+b}{ab}$
e) $(\frac{a.b}{a+b})^2$

06). (MACK) O valor da expressão

$[(-\frac{1}{2})^4 + (-\frac{1}{2})^3] \cdot (-\frac{1}{2})^4 - 2^{-5}]^{-1}$ é:

a) $\frac{1}{2}$ b) -1 c) -2
d) 2 e) 0

07). O valor numérico da expressão $(x.y^{-1} + y.x^{-1})^{-1}$, para x = 2 e y = -2, é:

a) -2 b) $-\frac{1}{2}$ c) 0
d) 2 e) 8

08). (UNIP) O valor da expressão numérica

$$\frac{(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}).(7+0,4)}{(\frac{3}{4})^{-1}+(\frac{3}{4})^{0}+(\frac{3}{4})^{1}}$$ é:

a) 1 b) 3,2 c) 2 d) 1,6 e) 4

09). (UFP) Simplificando-se $(2^4)^{3^2}$ obtém-se:

a) 8^6 b) 2^{24} c) 16^8
d) 2^{36} e) 2^{12^2}

10). (FCC) Se $A = (6^2.9^5)^{-4}$, então A é igual a:

a) $\frac{1}{4}$ b) $3^{-24}.2^{-6}$ c) $\frac{1}{3^{48}.2^8}$
d) $\frac{1}{54^{10}}$ e) 54^{-28}

11). O valor da expressão $E = (\frac{3}{2})^2 - [(\frac{1}{2})^2]^3 - (\frac{2}{3})^{-2}$ é:

a) $-\frac{1}{64}$ b) $\frac{1}{32}$ c) $\frac{1}{8}$
d) 16 e) $-\frac{4}{9}$

12). (FGV) Calcular o valor da expressão $A = \frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}$, sendo $a^{2x} = 3$.

a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{7}{3}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

13). Sendo k inteiro, calcule o valor de:
$y = (-1)^{2k} + (-1)^{2k+1} + (-1)^{2k+3} + (-1)^{k(k+1)}$.

a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) -2

14). (FUVEST) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

a) 0,0264 b) 0,0336 c) 0,1056
d) 0,2568 e) 0,6256

15). (MACK) O valor da expressão $\frac{2^{n+4}+2^{n+2}+2^{n-1}}{2^{n-1}+2^{n-2}}$ é:

a) 1 b) 2^{n-1} c) $\frac{8}{83}$
d) $\frac{82}{3}$ e) 2

16). (ESA) A diferença $27^{0,333...} - 16^{0,75}$ é:

a) 5 b) 6 c) -5
d) -6 e) 2

17). (UNIPAR) O valor de $4^4.9^4.4^9.9^9$ é igual a:

a) 13^{13} b) 13^3 c) 36^{13}
d) 36^{36} e) 1296^{26}

18). (UNIPAR) O valor de $\dfrac{15^{30}}{45^{15}}$ é igual a:

a) $(\frac{1}{3})^{15}$ b) $(\frac{1}{3})^2$ c) 1
d) 3^{15} e) 5^{15}

19). (FCC) Simplificando-se a expressão

$$\frac{3^{3-n}+3.3^{2-n}-9.3^{1-n}}{9.3^{2-n}}:$$

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 6.3^{n-1}
d) $1-3^{1-n}$ e) -3^{n+1}

20). Simplificando-se a expressão
$(3^{n+1}-3^n).(5^{n+1}-5^n) \div 15^{n+1}$ obtém-se:

a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{8}{45}$ c) $\frac{8^n}{15}$
d) 15^{-n} e) 15^n

GABARITO				
01. C	02. C	03. C	04. B	05. C
06. E	07. B	08. C	09. D	10. C
11. A	12. C	13. B	14. B	15. D
16. C	17. C	18. E	19. B	20. A

CAPÍTULO 05

POTÊNCIAS DE BASE 10

Muito usada em problemas científicos que envolvem a matemática, principalmente na física e na química. A representação na base 10 também é chamada de notação científica, que pode ser representada nas formas:

$\boxed{N = a.10^n}$ ou $\boxed{N = -a.10^n}$

onde: $n \in Z$ e $1 \leq a < 10$

$10^n = \underbrace{1000...0}_{n \text{ vezes}}$ $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000...01}_{n \text{ casas decimais}}$

Exemplos:
1). $10000 = 10^4$
2). $0{,}0001 = 10^{-4}$
3). $2000 = 2.10^3$
4). $23000 = 23.10^3 = 2{,}3.10^4$
5). $0{,}007 = 7.10^{-3}$
6). $0{,}00023 = 23.10^{-5} = 2{,}3.10^{-4}$

SISTEMA DECIMAL DE NUMERAÇÃO

Qualquer número inteiro pode ser escrito por uma base natural. O sistema mais usado é o de potência de base 10, onde a potência é determinada pela posição do algarismo no numeral.

Exemplo:
1). $85 = 8.10^1 + 5.10^0$
2). $364 = 3.10^2 + 6.10^1 + 4.10^0$
3). $5279 = 5.10^3 + 2.10^2 + 7.10^1 + 9.10^0$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01). (FCC) A razão $\dfrac{0{,}0004}{20000}$ é equivalente a:

a) $0{,}5.10^{-3}$ b) 2.10^{-8} c) 2.10^{-9}
d) $0{,}5.10^8$ e) $0{,}5.10^{-7}$

18 - ba + ab

02). Somando-se 18 unidades a certo número de dois algarismos, obtém-se outro formado pelos mesmos algarismos, porém dispostos em ordem inversa. Determine esse número, sabendo-se que a soma de seus algarismos é 12.

18 + ab = ba

a+b = 12

03). (USP) Se x = 10^{-3}, então $\dfrac{(0,1).(0,001).10^{-1}}{10.(0,0001)}$ é igual a:

a) 100x b) 10x c) x

d) $\dfrac{x}{10}$ e) $\dfrac{x}{100}$

04). Determine "a", "b" e "c" com $a \neq b \neq c$, tal que a adição a seguir seja verdadeira:

$$\begin{array}{r} abc \\ +\ abc \\ \underline{abc} \\ ccc \end{array}$$

05). (MACK) Considere as seguintes afirmações:

I. $(0,001)^{-3} = 10^9$

II. $-2^{-2} = \dfrac{1}{4}$

III. $(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = a^2 + b^2$

Associando V ou F a cada afirmação nesta ordem, conforme seja verdadeiro ou falso tem-se:

a) VVV b) VVF c) VFV

d) FVF e) VFF

06). (FUVEST) Se $4^{16}.5^{25} = \alpha.10^n$, com $1 \leq \alpha < 10$, então n é igual a:

a) 24 b) 25 c) 26

d) 27 e) 28

07). (FUVEST) Um número N tem três algarismos. Quando dele subtraímos 396 resulta o número que é obtido invertendo-se a ordem dos algarismos das centenas e unidades de N. Se, além disso, a soma do algarismo da centena e do algarismo da unidade de N é igual a 8, então o algarismo da centena de N é:

a) 4 b) 5 c) 6

d) 7 e) 8

08). (FCC) Simplificando-se a expressão $\dfrac{0,002.0,0003.10^8}{0,1.6.10^4}$ obtém-se:

a) 0,001 b) 0,01 c) 0,06

d) 0,1 e) 0,6

09). (UEL) Se a = $0,125.10^{-5}$ e b = $0,004.10^{-2}$, então $\dfrac{a}{b}$ é equivalente a:

a) 0,3125% b) 3,125% c) 31,25%

d) 312,5% e) 3125%

10). (UNESP) Se m = $\dfrac{0,00001.(0,01)^2.1000}{0,001}$, então:

a) m = 0,1 b) m = $(0,1)^2$ c) m = $(0,1)^3$

d) m = $(0,1)^4$ e) m = $(0,1)^5$

11). Ao efetuar o pagamento de um cheque, o caixa de um banco trocou a ordem dos algarismos de valor a ser pago, dando ao cliente 27 reais a mais. Se a soma dos algarismos era 13, qual era o valor real do cheque?

a) 72 b) 65 c) 58

d) 40 e)39

12). Determine o número de dois algarismos, tal que, dividido pela soma de seus algarismos, o quociente seja 4, e o produto desses mesmos algarismos, aumentado de 52, dê o número invertido.

a) 36 b) 48 c) 52

d) 58 e) 64

13). (SANTA CASA) Para x = 0,1, o valor da expressão $\dfrac{x^3 - 1}{1 - x}$ é:

a) -11,11 b) -1,11 c) -0,111

d) 1,11 e) 11,1

14). Simplificando-se a expressão $\dfrac{6.10^{-3}.10^{-4}.10^{8}}{6.10^{-1}.10^{4}}$, obteremos:

a) 10^{0} b) 10^{-1} c) 10^{-2}
d) 10^{-3} e) 10^{-4}

15). Simplificando-se a expressão $\dfrac{(0,2)^3.(0,001)^{-1}-(0,06).100}{(0,02)^2.10000}$, obtém-se:

a) 2 b) 4 c) 20
d) 0,2 e) $\dfrac{1}{2}$

16). Calculando-se 125% do produto de 16800 por 10^{-4}, obtém-se um número k tal que:

a) $0 < k < 5$
b) $5 < k < 10$
c) $10 < k < 20$
d) $20 < k < 50$
e) $k > 50$

17). (FUVEST) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

a) 0,0264 b) 0,0336 c) 0,1056
d) 0,2568 e) 0,6256

18). O quociente $\dfrac{0,075+0,0024}{(0,06).(0,5)}$ é igual a:

a) 0,0019 b) 0,154 c) 0,33
d) 2,58 e) 3,3

19). Seja n um número par de três algarismos não nulos. Se trocarmos de posição o algarismo da centena e o da unidade obteremos um número 396 unidades menor. Qual o menor valor de n?

a) 412 b) 532 c) 576
d) 612 e) 654

20). (UEL) Se $x = 2.10^{-12}$, $y = 50.10^{-11}$ e $z = 3.10^{-10}$, então:

a) $x < y < z$
b) $x < z < y$
c) $y < x < z$
d) $z < x < y$
e) $z < y < x$

GABARITO				
01. B	02. 57	03. B	04. a = 1 b = 8 c = 5	05. E
06. D	07. C	08. B	09. B	10. C
11. C	12. B	13. B	14. C	15. E
16. A	17. B	18. D	19. D	20. B

CAPÍTULO 06

Radiciação

Definição: Dados "A" uma número real e "n" um número natural, sendo n > 1, define-se raiz n-ésima de "A" como sendo um número "x" que elevado ao expoente *n* é igual a "A".

$$\boxed{\sqrt[n]{A} = x \longrightarrow x^n = A}$$

onde: A = radicando
n = índice da raiz
x = raiz
$\sqrt{\ }$ = radical

Exemplo:

1). $\sqrt{81}$ = 9, pois $9^2 = 81$

2). $\sqrt[3]{8}$ = 2, pois $2^3 = 8$

3). $\sqrt[3]{-64}$ = -4, pois $(-4)^3 = -64$

4). $\sqrt{-16}$ = "não existe um número real tal que elevado ao quadrado resulte -16"

Observação:

I. Em $\sqrt[n]{A} = x$: Se n par, então $A \geq 0$. Se n ímpar, então A é qualquer real.

II. A equação $x^2 = 9$ possui duas raízes: 2 e -2. O símbolo $\sqrt{4}$ indica somente a raiz positiva, ou seja $\sqrt{4} = 2$, também chamada raiz aritmética. Observe que em $\sqrt[n]{A} = x$, A e x têm mesmo sinal.

Propriedades

P_1). Radical de um produto.

$$\sqrt[n]{a.b}=\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$ Ex.: $\sqrt[3]{9}\,.\,\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{27}=3$

P_2). Radical de um quociente.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$ Ex.: $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$

P_3) Expoente fracionário.

$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$ Ex.: $3^{\frac{5}{7}}=\sqrt[7]{3^5}$

Ex.: $\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{5^2}=5^{\frac{2}{3}}$

P_4) Radical de radical.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n.m]{a}$$ Ex.: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}=\sqrt[12]{x}$

P_5) Simplificação de índice.

$$\sqrt[n.k]{a^k}=\sqrt[n]{a}$$ Ex.: $\sqrt[8]{81}=\sqrt[8]{3^4}=\sqrt{3}$

P_6) Introdução de um número sob o radical.

$$a.\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n.b}$$ Ex.: $2.\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{2^3.x}=\sqrt[3]{8x}$

P_7) Potência de radical.

$$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$$ Ex.: $(\sqrt[7]{3})^2=\sqrt[7]{3^2}=\sqrt[7]{9}$

P_8)Produto de radicais de índices distintos.

$$\sqrt[n]{a^k}.\sqrt[m]{b^p}=\sqrt[n.m]{a^{m.k}.b^{n.p}}$$

Ex.: $\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[4]{b^3}=\sqrt[12]{a^{4.2}.b^{3.3}}=\sqrt[12]{a^8.b^9}$

Observação:
Adição e subtração de radicais só é possível se forem semelhantes. Radicais semelhantes são radicais de mesmo índice e mesmo radicando.

Ex.: $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-10\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

Exercícios

01). Calcule o valor da expressão
$E=\sqrt[5]{1}+\sqrt[4]{81}+\sqrt[3]{-125}-\sqrt[3]{64}$.

02). Calcule o valor de: $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$.

03). Assinale a alternativa incorreta:
a) $\sqrt{25}=5$
b) $-\sqrt{25}=-5$
c) $\pm\sqrt{25}=\pm5$
d) $\sqrt{25}=\pm5$
e) $\sqrt{-25}\notin R$

04). Assinale a alternativa que corresponde ao resultado da operação:

$$\sqrt{(-5)^2}+\sqrt[3]{(-2)^3}+\sqrt[4]{(-2)^4}$$

a) -9 b) -7 c) -5
d) 5 e) 1

Racionalização

Racionalizar um denominador irracional consiste em eliminar os radicais ou expoentes fracionários do mesmo. Temos três casos de racionalização:

1º Caso: O denominador é uma raiz de ordem 2, ou seja $\sqrt[2]{a}$.

$$\frac{N}{\sqrt{a}}.\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\frac{N\sqrt{a}}{a}$$ Ex.: $\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2º Caso: O denominador é uma raiz de ordem maior que 2.

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^m}}.\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}=\frac{N\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

Ex.: $\frac{5}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{5}{\sqrt[5]{x^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{x^2}} = \frac{5\sqrt[5]{x^2}}{x}$

3º Caso: O denominador é um binômio da forma $a + \sqrt{b}$

$$\boxed{\frac{N}{a+\sqrt{b}} = \frac{N}{a+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{N.(a-\sqrt{b})}{a^2-b}}$$

Ex.:

$$\frac{5}{7-\sqrt{2}} = \frac{5}{7-\sqrt{2}} \cdot \frac{7+\sqrt{2}}{7+\sqrt{2}} = \frac{5.(7+\sqrt{2})}{(7)^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{5.(7+\sqrt{2})}{49-2} = \frac{5.(7+\sqrt{2})}{47}$$

Exercícios

01). Racionalize as frações a seguir:

a) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ =

b) $\frac{8}{\sqrt[5]{4}}$ =

c) $\frac{4}{5-\sqrt{3}}$ =

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01). (USP) $64^{\frac{3}{2}}$ é igual a:

a) $\sqrt{512}$ b) $\sqrt{96}$ c) 1024 d) 512 e) 64

02). (MACK) A raiz cúbica de $(64)^2$ é:

a) $4\sqrt[3]{3}$ b) 16 c) $3\sqrt[3]{4}$ d) 8 e) $2\sqrt[3]{3}$

03). (MACK) $2\sqrt{3}+2\sqrt{12}-2\sqrt{75}$ é igual a:

a) 0 b) $-2\sqrt{3}$ c) $-4\sqrt{3}$ d) $-6\sqrt{3}$ e) $-8\sqrt{3}$

04). (FGV) $\frac{2}{3}.8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}.8^{-\frac{2}{3}}$ é igual a:

a) 2,5 b) 0 c) 2^3 d) 1 e) -1

05). (FUVEST) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ é igual a:

a) $\frac{2+2\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{5+2\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{2+\sqrt{6}}{6}$ d) $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

06). (UEL) Qual o valor de x, se x é igual a $\sqrt{\sqrt{\sqrt[3]{4096}}}$?

a) 1 b) -1 c) 2 d) -2 e) 3

07). (USP) Simplificando-se a expressão $\frac{\sqrt[3]{-125}-(-5)^2}{(3\sqrt{8}-2)^0-6}$, obtém-se:

a) um número que não pertence a $\mathbb{R}$
b) -6
c) -4
d) 4
e) 6

08). (MACK) Se $A=\sqrt{1+\sqrt{5}}\,.\sqrt{\sqrt{5}-1}$, então o valor de $\sqrt{A}$ é?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2

d) $\sqrt{5}$ e) 3

09). (UEL) O valor da expressão: $\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}-\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$ é:

a) $-\sqrt{2}$ b) $-\dfrac{1}{2}$ c) 0

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e) 2

10). (UEL) Calculando-se $8^{0,666...}$, obtém-se:

a) 4 b) $\sqrt[5]{512}$ c) $\sqrt[4]{64}$

d) 2 e) $\sqrt[10]{8}$

11). (CEFET) A expressão $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ se reduz a:

a) 2 b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\sqrt{2}$

d) $\dfrac{1}{2}$ e) $\sqrt{2}+1$

12). (CEFET) A expressão
$2\sqrt{45}+3\sqrt{125}-6\sqrt{20}+3\sqrt{80}-2\sqrt{5}$ é equivalente a:

a) $17\sqrt{5}$ b) $19\sqrt{5}$ c) $13\sqrt{5}$

d) $21\sqrt{5}$ e) $35\sqrt{3}$

13). (FUVEST) Qual é o valor da expressão
$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$?

a) $\sqrt{3}$ b) 4 c) 3

d) 2 e) $\sqrt{2}$

14). (FGV) O valor de $\sqrt[6]{0{,}000064}$ é:

a) 4 b) 0,4 c) 2

d) 0,2 e) 0,02

15). (UNESP) O número $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{3\sqrt{5}}}$ é igual a:

a) $\sqrt[24]{2880}$ b) $\sqrt[24]{30}$ c) $\sqrt[9]{30}$

d) $\sqrt[12]{1440}$ e) $\sqrt[24]{300}$

16). A expressão $\sqrt{90+\sqrt{90+\sqrt{90+\sqrt{100}}}}$ é igual a:

a) 9 b) 10 c) 90

d) 100 e) 3

17). (FATEC) A expressão $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{(xy)^{\frac{1}{2}}}$ vale:

a) $\dfrac{x+2\sqrt{xy}+y}{xy}$

b) $\dfrac{x+2\sqrt{xy}+y}{xy(x+y)}$

c) $\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{xy}$

d) $\dfrac{x+y}{\sqrt{x+y}}$

e) $\sqrt{\frac{x}{y}}$

18). (PUC) O valor da expressão $\sqrt{5+\sqrt{24}}$ é:

a) $\sqrt{5}+\sqrt[4]{24}$ b) $\sqrt{5}+2\sqrt{6}$ c) $\sqrt{7}$
d) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ e) $5+2\sqrt{6}$

19). Racionalizando $\frac{9}{\sqrt[8]{3^5}}$, obtém-se: $\frac{9}{\sqrt[8]{3^5}} \cdot \frac{\sqrt[8]{3^3}}{\sqrt[8]{3^3}}$

a) $3\sqrt[8]{27}$ b) $3\sqrt[8]{9}$ c) $3\sqrt[8]{5}$ $3\sqrt[8]{27}$
d) $\sqrt[8]{3}$ e) $\sqrt[8]{5}$

20). Seja x um número real tal que x = $5\sqrt[3]{a}$, e y também um número real tal que y = $\frac{25}{\sqrt[6]{a^4}}$. Para que x = y, então o valor de *a* é:

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

21). (INATEL) Sendo $A=\sqrt[3]{10-\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{8}}}$ e $B=\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}}$, calcule o valor de $\sqrt{A^4+B^2}$.

a) 5 b) 3 c) 1
d) 2 e) 6

22). (PUC) A expressão $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{4}}}$ equivale a:

a) $\sqrt{24}$ b) $\sqrt{2916}$ c) $\sqrt[4]{24}$
d) $\sqrt{192}$ e) 12

23). (USP) Resolvendo a expressão $(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}})^2$, obtemos:

a) $2\sqrt{5}$ b) $\sqrt{5}$ c) 0
d) 2 e) 6

24). (UEM) Racionalizando o denominador da fração $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$, temos:

a) $1-\sqrt{2}$ b) $3+\sqrt{2}$ c) $3-2\sqrt{2}$
d) $1+\sqrt{2}$ e) $3+2\sqrt{2}$

25). (FUVEST) O valor de $\sqrt[3]{\frac{2^{28}+2^{30}}{10}}$ é igual a:

a) $\frac{2^8}{5}$ b) $\frac{2^9}{5}$ c) 2^8
d) 2^9 e) $\left(\frac{2^{58}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$

GABARITO				
01. D	02. B	03. C	04. A	05. D
06. C	07. E	08. B	09. C	10. A
11. C	12. B	13. B	14. D	15. A
16. B	17. C	18. D	19. A	20. D
21. A	22. C	23. D	24. E	25. D

CAPÍTULO 07

PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

Há certos produtos de polinômios que podem ser obtidos sem a necessidade de efetuar todos os cálculos. Tais produtos são chamados de produtos notáveis.

I. Quadrado da soma de dois termos:

> "O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo."

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ex.: $(2 + x)^2 = (2)^2 + 2(2)(x) + (x)^2 = 4 + 4x + x^2$

II. Quadrado da diferença de dois termos:

"O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo."

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ex.: $(x - 3)^2 = (x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2 = x^2 - 6x + 9$

III. Produto da soma de dois termos por sua diferença:

"O produto da soma de dois termos pela sua diferença é igual ao quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo."

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

Ex.: $(2 + x).(2 - x) = (2)^2 - (x)^2 = 4 - x^2$

Exercícios

01). Desenvolva cada produto notável:

a) $(2a + 5)^2 =$

b) $(2y - \frac{a}{2})^2 =$

c) $(m^3 + 7).(m^3 - 7) =$

IV. Cubo da soma e da diferença:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Ex.: $(x - 2)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 - (2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

V. Quadrado da soma de três termos:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

Ainda temos:

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$$

Ex.: $(a - b - c + d)^2 = a^2 + (-b)^2 + (-c^2) + d^2 + 2(-ab - ac + ad + bc - bd - cd)$

VI. Soma e diferença de cubos:

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b).(a^2 \mp ab + b^2)$$

Ex.: Simplificando-se $\frac{a^3+8}{a+2}$ temos:

$$\frac{a^3+8}{a+2} = \frac{a^3+2^3}{a+2} = \frac{(a+2).(a^2-2a+2^2)}{a+2} = a^2 - 2a + 4$$

Obs.: Os três últimos casos são raros, porém podem aparecer em exercícios.

Fatoração: Fatorar um polinômio é escrevê-lo sob a forma de um produto.

Fator comum dos termos de um polinômio é o número cujo coeficiente numérico é o máximo divisor comum dos coeficientes dos termos do polinômio e cuja parte literal é formada pelas letras comuns com os menores expoentes.

Ex.:

1). $4ax^2 + 8a^2x^3 + 2a^2x = 2ax.(2x + 4ax^2 + a^2)$

2). $5x^2y + x^4y^3 + 2x^2 = x^2.(5y + x^2y^3 + 2)$

3). Agrupamento: $ax + bx + ay + by = x.(a + b) + y.(a + b) = (a + b).(x + y)$

4). $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$$\underbrace{\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{b^2} = b}_{2ab}$$

5). $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$

$$\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{b^2} = b$$

Exercícios

02). Simplifique as seguintes expressões algébricas:

a) $\frac{a+2}{a^2+4a+4} =$

b) $\frac{x^2-4}{x+2} =$

c) $\frac{6ab-3a^2}{4b^2-2ab} =$

Exercícios Propostos

01). (UMC) A equação equivalente ao radical $\sqrt{a^3+8a^2+16a}$, sendo a um número real positivo, é:

a) $a+4\sqrt{a}$ b) $4+a\sqrt{a}$ c) $(a+4)\sqrt{a}$
d) $(a+2)\sqrt{a}$ e) $a+2\sqrt{a}$

02). O resultado de $21023^2 - 21022^2$ é:

a) 1
b) um número primo
c) um número par
d) -1
e) um número divisível por 5

03). (PUC) Simplificando-se a expressão $\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}+1}$, obtém-se:

a) 1 b) $\sqrt{3}$ -1 c) 2($\sqrt{3}$ +1)
d) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ e) 3$\sqrt{3}$ -5

04). (UFP) Se $2^x + 2^{-x} = a$, então $4^x + 4^{-x}$ é igual a:

a) a^2-2 b) a^2 c) a^2 - 2ª
d) 2ª e) a^2 + 2

05). (FAAP) Simplificando-se a expressão $\frac{ax^2-ay^2}{x^2-2xy+y^2}$, obtemos:

a) $\frac{a}{x-y}$ b) $\frac{a(x+y)}{x-y}$ c) $a(x+y)$
d) $\frac{x+y}{x-y}$ e) axy

06). (UEL) Se $a \in$ R e $a > 0$, a expressão $(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}})^2$ é equivalente a:

a) 1 b) 2 c) $\frac{a^2+1}{a}$
d) $\frac{a^4+1}{a^2}$ e) $\frac{a^2+2a+1}{a}$

07). (ACAFE) A expressão $\frac{36y-16x^2y}{4x+6}$ é equivalente a:

a) $2y(3-2x)$ b) $\frac{2y}{3-4x}$ c) $y(2x-3)$
d) $\frac{y-x}{2x+3}$ e) $4x-6$

08). (UNICAMP) A expressão $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} \div \frac{a-b}{a+b}$ para $a \neq \pm b$, é igual a:

a) $\frac{1}{(a+b)^2}$ b) $\frac{(a+b)^3}{(a+b)^2}$ c) $(\frac{a+b}{a-b})^2$
d) $\frac{1}{a-b}$ e) $\frac{2a^2b+2ab^2}{a-b}$

09). (UnB) A expressão $\frac{3a-4}{a^2-16}-\frac{1}{a-4}$ $(a \neq 4)$ é equivalente a:

a) $\frac{1}{a-4}$ b) $\frac{2}{a+4}$ c) $\frac{2}{a-4}$
d) $2a$ e) $4a$

10). (FGV) Simplificando-se $\dfrac{a+b}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}$, obtemos:

a) $\dfrac{1}{ab}$ b) ab c) $\dfrac{a+b}{-a-b}$
d) $-ab$ e) a^2b^2

11). (FATEC) Se a, x, y e z são números reais tal que
$z=\dfrac{2x-2y+ax-ay}{a^3-a^2-a+1}\div\dfrac{2+a}{a^2-1}$ então z é igual a:

a) $\dfrac{x-y}{a-1}$ b) $\dfrac{x-y}{a^2-1}$ c) $\dfrac{x+y}{a+1}$
d) $\dfrac{x+y}{a-1}$ e) $\dfrac{(x-y)(a+1)}{a-1}$

12). (UFSC) Calcule $(a-b)^2$, sendo a e b números reais positivos sabendo que $a^2+b^2=117$ e $a.b=54$.

13). (UEL) A fração $\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$, quando $a=93$ e $b=92$, é igual a:

a) 0 b) 1 c) 1722
d) 32853 e) 36749

14). (MACK) Simplifique a expressão $\sqrt{\dfrac{a^2b+ab^2}{a+b}}$:

a) $\sqrt{\dfrac{a^2b}{a+b}}$ b) $\sqrt{ab}$ c) $\sqrt{a^2b^2}$
d) 1 e) 2

15). (PUC) Se $2^x+2^{-x}=3$, o valor de 8^x+8^{-x} é:

a)12 b) 18 c) 21
d) 24 e) 27

16). (FUVEST) Se $x+\dfrac{1}{x}=3$, calcule $x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

17). (ITA) Sobre o número $x=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}$ é correto afirmar que:

a) $x\in]0,2[$
b) x é racional
c) $\sqrt{2x}$ é irracional
d) x^2 é irracional
e) $x\in]2,3[$

18). (FEI) O resultado da operação $\dfrac{x^6-y^6}{x^2+xy+y^2}$ para $x=5$ e $y=3$ é igual a:

a) 304 b) 268 c) 125
d) 149 e) 14

19). Se $y^2=1+x^2$, então y^4 será:

a) $1+x^4$ b) $1-x^4$ c) $(1+x)^4$
d) $1+2x^2+x^4$ e) $1+x$

20). (UNIPAR) A expressão $A = \dfrac{3^{\sqrt{2}} + 9^{\sqrt{2}}}{3^{\sqrt{2}}.(1+3^{\sqrt{2}})}$ é igual a:

a) 1 b) 3 c) 5
d) $5\sqrt{2}$ e) $3^{\sqrt{2}}$

GABARITO				
01. C	02. E	03. E	04. A	05. B
06. E	07. A	08. C	09. B	10. B
11. A	12. 09	13. B	14. B	15. B
16. C	17. B	18. A	19. D	20. A

CAPÍTULO 08

Múltiplos e Divisores
Mínimo Múltiplo Comum e Máximo Divisor Comum

I. Múltiplos e Divisores.
Dados dois inteiros *a* e *b*, dizemos que *a* é múltiplo de *b* se existir um inteiro *k* tal que:

$$\boxed{a = k.b} \quad (k \in Z)$$

Nessas condições também se diz que *b* é divisor de *a* se existir um inteiro *k* tal que:

$$\boxed{\frac{a}{b} = k} \quad (k \in Z)$$

Exercícios

01). Escreva o conjunto dos múltiplos de 3 ou M(3).

Observações:
I. M(a), com $a \neq 0$, é um conjunto infinito.
II. M(0) = {0}
III. Zero é múltiplo de qualquer número.
IV. Todo número é múltiplo dele mesmo.

02). Escreva o conjunto dos divisores de 18 ou D(18).

Observações:
I. D(a), com $a \neq 0$, é um conjunto finito.
II. D(0) = Z – {0} = Z*
III. O zero não é divisor de nenhum número.
IV. O número 1 é divisor de qualquer número.
V. Todo número diferente de zero é divisor dele mesmo.

II. Mínimo Múltiplo Comum – M.M.C.
O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor número que é múltiplo comum de todos os números dados.

Método da fatoração:

> "O m.m.c. desses números é o produto de todos os fatores primos, comuns ou não, considerados com os maiores expoentes com os quais eles se apresentam nas suas respectivas decomposições."

Exercícios

03). Determine o mínimo múltiplo comum entre os números 12 e 18.

04). Numa pista de autorama, o carrinho A dá uma volta a cada 110s. e o carrinho B dá uma volta a cada 80s. Tendo partido juntos, eles passarão juntos pelo mesmo local da partida após:

a) 13 min. 6s.
b) 13 min. 40s.
c) 14 min. 6s.
d) 14 min. 40s.
e) 15 min. 6s.

III. Máximo Divisor Comum – M.D.C.
O máximo divisor comum de dois ou mais números naturais é o maior número positivos que é divisor comum de todos os números dados.

Método da fatoração:

> "O m.d.c. desses números é o produto de todos os fatores primos comuns, considerados com os menores expoentes com os quais eles se apresentam nas suas respectivas decomposições."

Exercícios

05). Determine o máximo divisor comum entre os números 12 e 18.

06). Na montagem de uma estante um marceneiro usou três pedaços de caibos (madeira), com 240 cm, 320 cm e 420 cm. Ele precisou dividir os caibos em pedaços, de modo que não houvesse sobra de madeira e que os pedaços fossem da mesma medida e que essa medida fosse a maior possível. Quantos pedaços o marceneiro obteve?

Propriedades:

P₁) m.m.c(a,b) × m.d.c(a,b) = a.b
P₂) m.m.c.(ra,rb) = r × m.m.c.(a,b)
P₃) m.d.c.(ra,rb) = r × m.d.c.(a,b)
P₄) Seja $\underline{a} \in$ N, decomposto em fatores primos $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ e $e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n$ em seus respectivos expoentes, pode ser representado por:

$$\boxed{a = p_1^{e_1} \times p_2^{e_2} \times p_3^{e_3} \ldots p_n^{e_n}}$$

então o número de divisores naturais de $\underline{a}$ é o produto:

$$\boxed{\text{nD}(a) = (e_1+1)\times(e_2+1)\times(e_3+1)\ldots(e_n+1)}$$

Observação: Dois números a e b são chamados primos entre si, se e somente se m.d.c.(a,b) = 1

Exercícios Propostos

01). Quantos divisores naturais comuns possuem os números 54 e 180?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

02). De uma estação urbana partem ônibus de três linhas diferentes: A, B e C, a cada 10, 12 e 18 minutos, respectivamente. Sabendo que às 8 horas partiram juntos ônibus destas três linhas, qual o próximo horário em que partirão juntos novamente?

a) 10 horas
b) 11 horas
c) 11 horas e 30 minutos
d) 12 horas
e) 13 horas e 30 minutos

03). O produto das idades de uma mãe e suas três filhas é 3410. Determine a idade da mãe.

a) 31 b) 38 c) 42
d) 46 e) 50

3410 | 2
1705 | 5
341 | 11
31 | 31
1

04). Se $a = 175.6^n$ tem 54 divisores naturais, qual o valor de n?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 1

05). Queremos dividir três pedaços de tecido de mesma largura e de comprimento 90, 108 e 144 metros em partes iguais com a maior medida possível. Qual é essa medida?

a) 12m b) 14m c) 10m
d) 16m e) 18m

06). Se m.d.c.$(a,60)$ = 6 e m.m.c.$(a,60)$ = 420, calcule o valor de a.

a) 52 b) 42 c) 38
d) 24 e) 18

07). (UNICAMP) Os planetas Júpiter, Saturno e Urano têm períodos de revolução em torno do Sol de aproximadamente 12, 30 e 84 anos, respectivamente. Quanto tempo decorrerá, depois de uma observação para que eles voltem a ocupar simultaneamente as mesmas posições em que se encontravam no momento da observação?

a) 280 anos
b) 310 anos
c) 420 anos
d) 480 anos
e) 540 anos

08). (FUVEST) No alto de uma torre de uma emissora de televisão, duas luzes "piscam" com freqüências diferentes. A primeira "pisca" 15 vezes por minuto e a segunda "pisca" 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes "piscarem" simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?

a) 12 b) 10 c) 20
d) 15 e) 30

09). (UNICAMP) Dividindo-se 7040 por n obtém-se resto 20. Dividindo-se 12.384 por n, obtém-se resto 9. Ache n.

a) 2 b) 125 c) 143
d) 75 e) 45

10). (PUC) Suponha que um cometa A atinja o ponto mais próximo da Terra em sua órbita a cada 20 anos, um cometa B a cada 30 anos e um cometa C a cada 70 anos. Se em 1985 os três estiverem simultaneamente o mais perto possível da Terra, então a próxima ocorrência deste fato se dará no ano de:

a) 3600 b) 2105 c) 2405
d) 2600 e) 3205

11). (UFGO) Para que o máximo divisor comum dos números $2^3 \times 3^m \times 5^2$ e $2^n \times 3^2 \times 5$ seja 20, os valores de m e n, nesta ordem são:

a) 0 e 2 b) 2 e 0 c) 2 e 3
d) 3 e 2 e) 1 e 2

12). Se $a = 2^m \times 3^5 \times 5^2$, $b = 2^4 \times 3^n \times 7^3$ e m.d.c(a,b) = 72, calcule $m + n$.

a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

13). (FUVEST) Duas rodas gigantes começam a girar, num mesmo instante, com uma pessoa, na posição mais baixa de cada uma. A primeira dá uma volta em 30 segundos e a segunda dá uma volta em 35 segundos. As duas pessoas estarão na posição mais baixa após:

a) 1 minuto e 10 segundos.
b) 3 minutos.
c) 3 minutos e 30 segundos.
d) 4 minutos.
e) 4 minutos e 20 segundos.

14). (UEL) Na divisão de um número inteiro A por 64, obtém-se quociente Q e resto R. Se R é um múltiplo de 18 e Q é múltiplo de 30, então A é:
a) um número ímpar.
b) sempre um quadrado perfeito.
c) divisível por 6.
d) menor que 500
e) sempre maior que 1920.

15). (FCC) Seja x um número natural. Se m.d.c.$(x,18) = 3$ e m.m.c.$(x,18) = 90$, então o valor de x pode ser:

a) 9 b) 12 c) 15
d) 60 e) 90

16). (UEM) Para os naturais x e y não-nulos, seja M(x,y) o máximo divisor comum deles dois, e seja m(x,y) o mínimo múltiplo comum deles dois.O valor de M[m(4,15), m(6,9)] é igual a...

17). (UEM) As merendas servidas nas escolas da cidade de Alegria são todas preparadas em uma cozinha central e depois são embaladas em pacotes contendo, cada um, o mesmo número de merendas. Para facilitar o transporte, a quantidade de pacotes deve ser a menor possível. Se as escolas A, B, C e D recebem, respectivamente, 700, 630, 805 e 560 merendas, qual é o número de merendas em cada pacote?

18). O mínimo múltiplo comum entre os números 2^m, 3 e 5 é 240. O expoente m é:

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 15

19). O máximo divisor comum entre $21ab^2c$ e $28a^3bc^3$ é:

a) abc b) bc c) ac
d) $a^3b^2c^3$ e) $7abc$

20). (UEM) Para distribuir 105 litros de álcool, 120 litros de azeite e 75 litros de água em barris de mesma capacidade, de modo que a quantidade de barris seja a menor possível, a capacidade de cada barril, em litros, deve ser de:

15 litros

21). (UEM) Em cigarras do gênero *Magicicada*, o desenvolvimento é muito lento e ocorre dentro do solo. Na espécie *M. tredacassivi*, a fase ninfal dura treze anos, enquanto essa fase dura dezessete anos em *M. sepetendecim*. Supondo que as duas espécies estejam sob as mesmas condições ambientais e que a última emergência (fase adulta) simultânea tenha ocorrido em 1797, é correto afirmar que o próximo ano em que poderão ser encontrados adultos das duas espécies será:

a) 1827 b) 1935 c) 2006
d) 2018 e) 2043

22). (FUVEST) O número de divisores positivos do número 40 é:

a) 8 b) 6 c) 4
d) 2 e) 20

GABARITO				
01. D	02. B	03. A	04. A	05. E
06. B	07. C	08. A	09. E	10. C
11. A	12. E	13. C	14. C	15. C
16. 06	17. 35	18. C	19. E	20. 15 litros.
21. D	22. A			

CAPÍTULO 09

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1ºGRAU.
SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU.
EQUAÇÕES IRRACIONAIS.

I. Equação do 1º grau.

Chama-se de equação do 1º grau as equações que podem ser escrita na forma $ax+b=0$, onde a e b são chamados coeficientes ($a \neq 0$) e x representa a incógnita.

Para resolver uma equação do 1° grau, devemos isolar a incógnita em um dos membros da igualdade. A igualdade da equação é a solução ou raiz, valor que verifica a igualdade.

Exercícios

01). Resolva as equações:

a) $3.(x-1) + 2 = x + 1$

b) $\dfrac{3x-2}{2} - \dfrac{3x+1}{3} = \dfrac{4x-6}{5}$

02). (UNESP) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\dfrac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 km restantes, e extensão dessa estrada é de:

a) 125 km b) 135 km c) 142 km
d) 145 km e) 160 km

R

II. Inequação do 1º grau

São chamadas inequações do 1° grau aquelas que podem ser escritas na forma:

$$ax + b \begin{matrix} > \\ \geq \\ < \\ \leq \end{matrix} 0$$

Onde a e b são números reais ($a \neq 0$).

Para resolver uma inequação do 1° grau usamos as mesmas regras de resolução que as equações do 1° grau.

Observação:

$\Rightarrow$ O símbolo $\neq$ também é sinal de inequação.

⇒ Quando se multiplica ou se divide, uma inequação por um número negativo, deve-se inverter o sinal na inequação resultante.

Exercícios

03). Determine os valores reais que verificam a inequação:

$$\frac{-3x-1}{2} > 2x+4$$

III. Sistema de equações do1º grau.

Resolver um sistema de equações é determinar os valores das incógnitas que satisfazem simultaneamente todas as equações do sistema. De momento resolveremos sistemas de duas equações e duas incógnitas, onde podemos usar três métodos de resolução: adição, substituição ou comparação, onde a escolha do método deve ser feita analisando o aspecto do sistema.

Exemplo: Vamos resolver o sistema pelos três métodos:

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 5x-3y=13 \end{cases}$$

1º. Adição

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 5x-3y=13 \end{cases} \times(3) \Rightarrow \begin{cases} 6x+\cancel{3y}=9 \\ 5x-\cancel{3y}=13 \end{cases} +$$

$$11x = 22 \quad \Rightarrow \boxed{x=2}$$

Trocando $x = 2$ em $2x + y = 3$ $\Rightarrow \boxed{y=-1}$

2°. Substituição

$$\begin{cases} 2x+y=3 & I. \xrightarrow[\text{e substituir em } II]{\text{vamos isolar } y \text{ em } I} \boxed{y=3-2x} \\ 5x-3y=13 & II. \Rightarrow 5x-3(3-2x)=13 \end{cases}$$

$$5x-9+6x=13$$

$$11x=13+9$$

$$11x=22$$

$$\boxed{x=2}$$

Como : $y=3-2x$

$$y=3-2(2) \Rightarrow \boxed{y=-1}$$

3º. Comparação

$$\begin{cases} 2x+y=3 \rightarrow x=\dfrac{3-y}{2} \\ 5x-3y=13 \rightarrow x=\dfrac{13+3y}{5} \end{cases}$$

Logo: $\dfrac{3-y}{2}=\dfrac{13+3y}{5}$

$$15-5y=26+6y$$

$$-11y=11 \Rightarrow \boxed{y=-1}$$

Como: $x=\dfrac{3-y}{2} \Rightarrow x=\dfrac{3-(-1)}{2} \Rightarrow \boxed{x=2}$

Exercícios

04). Resolva o sistema de equações: $\begin{cases} 5x+y=16 \\ 2x-3y=3 \end{cases}$

05). (FGV) Numa garagem, entre carros e motos há 23 veículos. O número total de rodas é 74. Supondo-se que cada moto possa transportar duas pessoas e cada carro 5 pessoas, qual o número de pessoas que esses veículos poderão transportar?

a) 64 b) 128 c) 68
d) 88 e) 96

IV. Equações irracionais.

Uma equação, na variável *x*, é classificada como irracional quando apresenta a incógnita *x* sob um radical qualquer.
A resolução de uma equação pode ser dividida em etapas:
1º. Por processos algébricos, elimina-se o radical.
2º. Determina-se a solução da equação resultante.
3º. Faz-se a verificação.

Exemplo: Vamos resolver a equação irracional $\sqrt{2x+1}=\sqrt{x}+1$

$$\sqrt{2x+1}=\sqrt{x}+1$$

1º) $(\sqrt{2x+1})^2=(\sqrt{x}+1)^2$

2º) $2x+1=(\sqrt{x})^2+2.\sqrt{x}+(1)^2$

$$2x+1=x+2\sqrt{x}+1$$

$$(x)^2=(2\sqrt{x})^2$$

$$x^2=4x \Rightarrow x^2-4x=0$$

$$resolvendo\ a\ equação: \begin{cases} x'=0 \\ x''=4 \end{cases}$$

3º) *Verificando:*

$$\sqrt{2x+1}=\sqrt{x}+1$$

$p/x=0 \Rightarrow$

$$\sqrt{2(0)+1}=\sqrt{0}+1 \rightarrow \boxed{1=1}$$

$p/x=4 \Rightarrow \sqrt{2(4)+1}=\sqrt{4}+1 \rightarrow \boxed{3=3}$

$S=\{0,4\}$

Exercícios

06). Resolva a equação irracional $\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+1$ $x+2$

$\sqrt{x+3}$

Exercícios Propostos

01). (PUC) A solução da equação $\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{3x+4}{2}=\dfrac{5-2x}{6}$ é dada por:

a) $x=-\dfrac{5}{2}$ b) $x=\dfrac{1}{2}$ c) $x=-\dfrac{13}{5}$
d) $x=-\dfrac{11}{5}$ e) $x=\dfrac{5}{2}$

02). O conjunto solução da equação $\dfrac{4x+1}{3}-\dfrac{26-x}{6}=\dfrac{2-3x}{4}$ é:

a) $\dfrac{11}{6}$ b) $\dfrac{7}{6}$ c) 1
d) 2 e) -2

03). (UNIPAR) O valor de *x* que verifica a equação $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{3}{5}$ é igual a:

a) $\dfrac{71}{25}$ b) $\dfrac{41}{25}$ c) $\dfrac{48}{25}$
d) $\dfrac{17}{60}$ e) $\dfrac{5}{12}$

04). A alternativa que corresponde a solução da equação: $4(x+2)=4x+8$ é:

a) $\varnothing$
b) apenas -1
c) apenas 1
d) somente 0
e) R

05). (FCC) A soma do dobro de um número com a sua quarta parte é igual a 90. Esse número é divisível por:

a) 11 b) 9 c) 7
d) 3 e) 2

06). (UEM) José gastou tudo o que tinha no bolso em três lojas. Em cada uma gastou 1 real a mais do que a metade do que tinha ao entrar. Quanto tinha José quando entrou na primeira loja? 6

07). (UEM) Qual é o número positivo que, depois de tomado o seu triplo e subtraído seis, multiplicando-se o resultado por si mesmo, subtrai-se o quadrado de nove, dividi-se esse resultado pelo produto de três por si mesmo, extrai-se a raiz quadrada do total encontrado e o resultado é quatro?

08). (MACK) Um feirante colocou a venda 900 ovos, distribuídos em caixas com 6 e 12 ovos. Se o número de caixas com 12 ovos supera em 15 unidades o número de caixas com 6 ovos, então o total de caixas utilizadas pelo feirante é:

a) 80 b) 85 c) 90
d) 95 e) 100

09). (UEL) Um grupo de jovens participava de uma festa. Às 23 horas retiraram-se 12 garotas do grupo e o número de rapazes ficou sendo o dobro do de garotas. Em seguida retiraram-se 15 rapazes e o número de garotas ficou sendo o dobro do de rapazes. Inicialmente, o número de jovens do grupo era:

a) 46 b) 44 c) 42
d) 40 e) 50

10). (FCC) Se o par (*a;b*) é a solução do sistema $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 2y = -9 \end{cases}$, então:

a) $a + b = 3$ b) $a + b = -3$ c) $\dfrac{b}{a} = -1$
d) $\dfrac{a}{b} = 4$ e) $a.b = 4$

11). Dois produtos químicos, P e Q, são usados em um laboratório. Cada 1g do produto P custa R$0,03 e cada 1g do produto Q custa R$0,05. Se 100g de uma mistura dos dois produtos custa R$3,60, a quantidade do produto P contida na mistura é:

a) 70g b) 65g c) 60g
d) 50g e) 30g

12). Para um evento musical, os ingressos serão vendidos a dois preços distintos, para os chamados setores A e B. Pela compra de dois ingressos de A e um de B deverão ser pagos R$50,00. Pela compra de três ingressos de B e um de A R$75,00. A quantia a ser paga pela compra de 4 ingressos, 2 de A e 2 de B, é:

a) 55,00 b) 60,00 c) 65,00
d) 75,00 e) 70,00

13). (UFSC) A soma das idades de um pai e seu filho é 38 anos. Daqui a 7 anos o pai terá o triplo da idade do filho. A idade do pai é:

14). (UEM) Se 1mol de um determinado gás tem massa de (30g + 0,5mol), então a massa de 1,5mols desse gás é:

a) 60g b) 50g c) 45g
d) 75g e) 90g

15). (UFSCAR) Para as apresentações de uma peça teatral (no sábado e no domingo) foram vendidos 500 ingressos e a arrecadação total foi de R$4.560,00, o preço do ingresso no sábado era de R$10,00 e no domingo era de R$8,00. O número de ingressos vendidos para a apresentação do sábado e a do domingo, nesta ordem foi:
a) 300 e 200
b) 290 e 210
c) 280 e 220
d) 270 e 230
e) 260 e 240

16). Determine o maior número inteiro que satisfaz a inequação: $\dfrac{4x-3}{8} < 1 - \dfrac{x+3}{2}$ é:

a) -1 b) 0 c) 2
d) $\dfrac{1}{2}$ e) 3

17). Determine a solução natural da inequação: $\dfrac{5(2x-1)}{3} - \dfrac{x-1}{6} < 2x$.

a) {1,2} b) {1,2,3} c) {2,3,4}
d) {0,1} e) ∅

18). (UEL) A raiz da equação $\dfrac{1}{\sqrt{x-3}} = \sqrt{x-3}$ é um número:

a) ímpar.
b) divisor de 2.
c) divisor de 3.
d) múltiplo de 4.
e) divisor de 10.

19). (PUC) O conjunto verdade da equação $\sqrt{4x+1} = 2x-1$ é:

a) {2} b) {0,2} c) {0}
d) {0,½} e) $\varnothing$

20). Uma piscina possui duas torneiras. A primeira leva 12 horas para encher a piscina. A segunda leva *x* horas. Juntas, elas enchem a piscina em 4 horas. Em quantas horas a segunda torneira enche sozinha, a piscina?

a) 5h b) 6h c) 8h
d) 10h e) 12h

GABARITO				
01. C	02. D	03. A	04. E	05. E
06. 14 reais.	07. 07	08. D	09. C	10. A
11. A	12. E	13. 32 anos.	14. E	15. C
16. A	17. D	18. D	19. A	20. B

CAPÍTULO 10

EQUAÇÕES DO 2º GRAU.

Equação do 2º grau é toda equação que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, onde a, b e c são os coeficientes (números reais) e *x* a incógnita da equação.

Fórmula de Bhaskara

Resolver uma equação é determinar o valor da incógnita isolando-a por alguma propriedade algébrica, Bhaskara isolou a incógnita da equação completa, $ax^2 + bx + c = 0$.

$$ax^2 + bx + c = 0.(4a)$$
$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 + (b^2)$$
$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2 - (4ac)$$
$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac \quad (fatorandoo\ 1^\circ\ membro)$$
$$(2ax+b)^2 = b^2 - 4ac$$
$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2-4ac}$$
$$2ax = -b \pm\sqrt{b^2-4ac}$$
$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Onde $b^2 - 4ac$ é chamado de discriminante e é representado pela letra grega Δ (delta).

Logo: $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$

É importante saber que:

Se $\Delta > 0 \Rightarrow \exists$ duas raízes R e diferentes.
Se $\Delta = 0 \Rightarrow \exists$ duas raízes R e iguais.
Se $\Delta < 0 \Rightarrow \nexists$ raiz R.

Uma equação do 2º grau pode ser completa ou incompleta, quando incompleta, pode ser resolvida por meio de artifícios.

Exemplos:

1) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ *(equação completa)*
2) $x^2 + 7x = 0$ *(equação incompleta)*
3) $-x^2 + 3 = 0$ *(equação incompleta)*

Exercícios

01). Resolva as equações do 2º grau a seguir:

a) $(x+1)^2 = 5x + 1$

b) $-x^2 + 2(x+4) = 2x + 7$

c) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

02). Determine $m \in R$ de modo que a equação $x^2 - 2x + m = 0$ admita duas raízes reais e distintas.

a) $m > 0$ b) $m < 0$ c) $m > 1$
d) $m < 1$ e) $m > 2$

03). Determine *m* de modo que a equação do 2º grau $3x^2 - 2x + m = 0$ não admita raízes reais.

a) $m > \frac{1}{3}$ b) $m < 0$ c) $m > 5$
d) $m < -2$ e) $m > 3$

Relação entre coeficientes e raízes

Seja a equação $ax^2+bx+c=0$, com $a \neq 0$ e $\Delta \geq 0$, então suas raízes podem ser representadas por:

$$\boxed{x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}} \text{ e } \boxed{x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$$

- $x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}$
- $x_1.x_2=(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a})\times(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a})=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$

Então: $$\boxed{\begin{array}{l} S=x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ P=x_1 \,.\, x_2=\frac{c}{a} \end{array}}$$

Aproveitando da relação acima, podemos escrever mais uma relação.

$$ax^2+bx+c=0 \div (a)$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$-(x_1+x_2)\,(x_1\,.\,x_2)$$

Logo: $\boxed{x^2-Sx+P=0}$

Exercícios

04). Determine as raízes das equações a seguir, sem utilizar a fórmula de Bhaskara.

a) $x^2-7x+10=0$

b) $x^2-4x-21=0$

c) $-2x^2-14x-12=0$

05). Qual deve ser o valor de *m* na equação $2x^2-mx-40=0$, para que a soma de suas raízes seja igual a 8?

a) 8 b) -8 c) 16
d) -16 e) 20

Forma fatorada equação do 2º grau

Podemos fatorar $ax^2+bx+c=0$ com $a \neq 0$ e $\Delta \geq 0$, sendo x_1 e x_2 suas raízes.

$$\boxed{ax^2+bx+c=0 \Rightarrow a(x-x_1)\times(x-x_2)=0}$$

Exemplo: Na equação $x^2-5x+6=0$, 2 e 3 são suas raízes, então na forma fatorada fica $1(x-2)\times(x-3)=0$.

Equações biquadradas

Uma equação é denominada biquadrada em *x*, quando está representada na forma:

$$\boxed{ax^4+bx^2+c=0}$$

Onde *a*, *b* e *c* são coeficientes com $a \neq 0$.

A solução de uma equação biquadrada pode ser obtida fazendo-se uma troca de variável, tal como: $x^2=y$, recaindo-se, dessa forma numa mesma equação do 2º grau em *y*, ou seja:

$$\boxed{ay^2+by+c=0}$$

Exercícios

06). Determine o produto das raízes racionais da equação $x^4-11x^2+18=0$.

a) 18 b) 9 c) -9
d) 198 e) -18

Exercícios Propostos

01). (ACAFE) Para que valores de *x* temos $(x^2+1)^2-7(x^2+1)+10=0$?

a) {-1,2} b) {-2,-1,1,2} c) {-5,-2,2,5}
d) {2,1} e) {5,2}

02). (OSEC) O número de raízes da equação $5x^4+x^2-3=0$ é:

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 8

03). (PUC) A equação $4x^2 + x + m = 0$ tem uma única raiz. Então *m* é igual a:

a) 0 b) $\frac{1}{16}$ c) 1
d) 16 e) -6

04). (SANTA CASA) A soma e o produto das raízes da equação $2x^2 - 7x + 6 = 0$, respectivamente são:

a) -7 e 6 b) $-\frac{7}{2}$ e 3 c) $-\frac{7}{2}$ e -3
d) $\frac{7}{2}$ e 3 e) 7 e 3

05). (FUVEST) A equação $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

a) 1 b) 2 c) -1
d) -2 e) ½

06). (UFSC) A soma das raízes da equação $\frac{x^2+28}{6} = \frac{7x}{3} - \frac{x}{2}$ é:

07). (FUVEST) A solução da equação $\frac{x+2}{2} + \frac{2}{x-2} = -\frac{1}{2}$

a) {-2,1} b) {-1,3} c) {1,2}
d) {-1,2} e) {3,4}

08). (UFMG) Sejam x' e x'' as raízes reais da equação $3x^2 - 5x + p = 0$ e $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{5}{2}$, determine o valor de *p*.

a) -1 b) 1 c) 2
d) -3 e) 5

09). A equação $x^2 - (k+1)x + k = 0$, de incógnita *x*, tem duas raízes iguais. Qual é o valor de *k*?

a) -5 b) -3 c) 1
d) 3 e) 5

10). (FUVEST) Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $10x^2 + 33x - 7 = 0$. O número inteiro mais próximo do número $5.x_1.x_2 + 2(x_1 + x_2)$ é:

a) -33 b) -10 c) -7
d) 10 e) 33

11). (VUNESP) Um valor *m* para o qual uma das raízes da equação $x^2 - 3mx + 5m = 0$ é o dobro da outra, é:

a) $-\frac{5}{2}$ b) 2 c) -2
d) 5 e) $\frac{5}{2}$

12). (MACK) Se *r* e *s* são as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, $c \neq 0$ o valor de $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2}$ é:

a) $b^2 - 4ac$
b) $\frac{b^2 - 2ac}{c^2}$
c) $\frac{b^2 - 4ac}{c^2}$
d) $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
e) $\frac{b^2 - 2ac}{2a}$

13). (UEM) Sejam *a* e *b* números reais positivos. Considere a igualdade $\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}$. O número positivo $\frac{a}{b}$ que satisfaz essa igualdade é chamado "número de ouro" ou "número áureo". O valor do número de ouro é:

a) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ b) π c) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
d) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ e) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

14). (CEFET) Para quais valores de *k* a equação $3x^2+5x+k=0$ apresenta duas raízes distintas?

a) $k>\frac{25}{12}$ b) $k<\frac{25}{12}$ c) $k=\frac{25}{12}$
d) $k=\frac{12}{25}$ e) $k \in \mathrm{R}$

15). (PUC) Considere as seguintes equações:
I. $x^2+4=0$
II. $x^2-2=0$
III. $0{,}3x=0{,}1$
Sobre as soluções dessas equações é verdade que em:

a) II são números irracionais.
b) III é um número irracional.
c) I e II são números reais.
d) I e III são números não reais.
e) II e III são números racionais.

16). (UFMG) A soma e o produto das raízes da equação $px^2+2(p-1)x+6=0$ são respectivamente, -3 e 3. O valor de *q* é:

a) -4 b) -2 c) 0 d) 2
e) 4

17). (VUNESP) Consideramos a equação $x^2+ax+b=0$, sabendo que 4 e -5 são raízes dessa equação, então:

a) $a=1$ e $b=7$
b) $a=1$ e $b=-20$
c) $a=3$ e $b=-20$
d) $a=-20$ e $b=-20$
e) $a=1$ e $b=1$

18). (UFPR) Se as raízes da equação $x^2+bx-29=0$ são inteiras, calcular $|b|$.

19). A equação do 2º grau cuja menor raiz é $2-\sqrt{3}$ e o produto das raízes é igual a 1 é expressa por:

a) $x^2-x-4=0$
b) $x^2+4x-1=0$
c) $x^2-x+4=0$
d) x^2-4x+1
e) $-x^2+4=0$

20). Seja, em R a equação $2x^2-7x+p=0$. Se a diferença entre as raízes é $\frac{5}{2}$, então o número *p* é:

a) positivo e menor que 2.
b) inteiro e negativo.
c) quadrado perfeito.
d) irracional.
e) primo.

GABARITO				
01. B	02. B	03. B	04. D	05. D
06. 11	07. A	08. C	09. C	10. B
11. E	12. B	13. E	14. B	15. A
16. E	17. B	18. 28	19. D	20. E

CAPÍTULO 11

INEQUAÇÕES DO 1º GRAU
INEQUAÇÕES DO 2º GRAU

Nos estudos das funções do 1º e 2º grau, voltaremos a abordar estes assuntos, porém, precisaremos inicialmente saber resolver uma inequação.

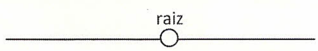
I. Inequação do 1º grau.
Chama-se inequação do 1º grau aquelas que podem ser representadas na forma:

$$ax + b \;\begin{matrix} > \\ \geq \\ < \\ \leq \end{matrix}\; 0$$

onde: a e $b \in$ R, com $a \neq 0$

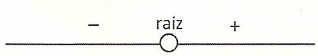
Atenção: Quando se multiplica ou divide qualquer inequação por um número negativo deve-se inverter o sinal da inequação.

Método para resolução:
Para resolvermos uma inequação do 1° grau, vamos seguir alguns passos.
Considere a inequação: $ax + b > 0$
1º passo: determinar a raiz da expressão $ax + b$ ou seja, $ax + b = 0$.
2º passo: represente a raiz na reta R.

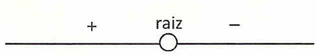


3° passo: a direita da raiz, na reta R, marca-se o mesmo sinal de a (coeficiente de x) e a esquerda o sinal contrário de a.

I. Se $a > 0$ (positivo).

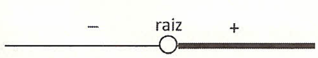


II. Se $a < 0$ (negativo).

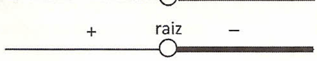


4º passo: Representar por intervalo na reta R, a indicação do sinal da inequação.

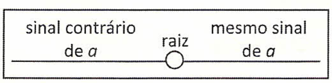
Se: > 0



Se: < 0



Então temos como regra:



Atenção: Se o sinal da inequação for $\leq$ ou $\geq$, então o intervalo é fechado, ou seja:

Inequações tipo produto ou tipo quociente
Já sabemos resolver alguns tipos de inequações do 1º grau, mas existem outros dois que temos que saber. Para resolver vamos usar a regra acima e também a regra de sinais do produto ou do quociente, ou seja:

$+.+=+$	$+.-=-$
$-.-=+$	$-.+=-$

$\frac{+}{+}=+$	$\frac{+}{-}=-$
$\frac{-}{-}=+$	$\frac{-}{+}=-$

Exercícios

01). Resolva a inequação: 2(x-1)>3(1+x)

02). Determine o conjunto solução da inequação $(x+2).(x-3) \geq 0$.

03). Determine quantos números inteiros pertencem à solução da inequação $\dfrac{-2x+1}{-x+5} \leq 0$.

II. Inequação do 2º grau.
Chama-se inequação do 2º grau aquelas que podem ser representadas na forma:

$$ax^2 + bx + c \;\begin{matrix} > \\ \geq \\ < \\ \leq \end{matrix}\; 0$$

onde: a, b e $c \in$ R, com $a \neq 0$

Método para resolução:
Assim como na inequação do 1º grau, as resoluções de inequações do 2º grau também seguem alguns passos.
Vamos considerar a inequação: $ax^2 + bx + c > 0$.
1º passo: determinar as raízes da expressão $ax^2 + bx + c$ ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$. Suponhamos que as raízes sejam x_1 e x_2, com $x_1 \neq x_2$, ou $\Delta > 0$.
2º passo: Representar as raízes na reta R.

3º passo: Nas extremidades das raízes, na reta R, marca-se o mesmo sinal de $\underline{a}$ (coeficiente de x^2), e no meio (entre as raízes) o sinal contrário de $\underline{a}$.

I. Se $\underline{a > 0}$ (positivo).

$+ \quad x_1 \quad - \quad x_2 \quad +$

II. Se $\underline{a < 0}$ (negativo).

$- \quad x_1 \quad + \quad x_2 \quad -$

4º passo: Representar por intervalo na reta R, a indicação do sinal da inequação.

Se: > 0 $\quad + \quad x_1 \quad - \quad x_2 \quad + \quad$ $(a > 0)$

Se: < 0 $\quad - \quad x_1 \quad + \quad x_2 \quad - \quad$ $(a < 0)$

Então temos como regra:

mesmo sinal de a	x_1	sinal contrário de a	x_2	mesmo sinal de a

Porém como na resolução de uma equação do 2° grau pode ocorrer:

1º. Duas raízes reais e iguais ou $\Delta = 0$.

2°. Não existir raiz real ou $\Delta < 0$.

Então:

Se $\Delta = 0$	mesmo sinal	$x_1 = x_2$	mesmo sinal
Se $\Delta < 0$	mesmo sinal de a em toda a reta		

Atenção: Não esqueça se o sinal da inequação for $\leq$ ou $\geq$ o intervalo é fechado.

<u>**Exercícios**</u>

04). Resolva cada inequação aplicando a regra de resolução.

a) $x^2 - 7x + 10 > 0$

b) $x^2 - 7x + 10 \leq 0$

c) $-x^2 + 7x - 10 < 0$

d) $x^2 + 4x + 4 > 0$

e) $-x^2 - 4x - 4 \geq 0$

f) $x^2 + 1 > 0$

g) $x^2 + 1 < 0$

<u>**Inequações tipo produto ou tipo quociente**</u>

Nas inequações do 2º grau, também existem expressões que estão multiplicando ou dividindo, estas são chamadas de inequações tipo produto ou quociente.

Para resolver vamos usar a regra de resolução e a regra de sinais do produto e do quociente.

05). Determine o conjunto solução da inequação: $(x^2 - 4x).(-x^2 + 4x - 4) > 0$.

06). Determine quantos números naturais pertencem a solução da inequação: $\dfrac{-x^2 + 2x - 1}{-x^2 + 2x + 8} \leq 0$.

a) 3 b) 4 c) 5
d) nenhum e) infinitos

<u>**Exercícios Propostos**</u>

01). (FGV) O maior número inteiro que satisfaz a inequação $\dfrac{5}{x-3} > 3$ é:

a) um múltiplo de 2.
b) um múltiplo de 5.
c) um número primo.
d) divisível por 3.
e) divisível por 7.

02). (PUC) Quantos números inteiros e estritamente positivos satisfazem a sentença $\dfrac{1}{x-20} \leq \dfrac{1}{12-x}$?

a) dezesseis.
b) quinze.
c) quatorze.
d) treze.
e) menos que treze.

03). A alternativa que corresponde a solução da inequação $3 \leq 2x - 2 < x + 5$, é:

a) $[\frac{5}{2}, 7[$ b) [2,5[c) [5,7[
d)]-2,5[e)]5,9]

04). (UEPG) Resolvendo-se a inequação $(x-5).(x^2-2x-15) \leq 0$, obtém-se:

a) $\{x \in R / x < -3\}$
b) $\{x \in R / -3 \leq x \leq 5\}$
c) $\{x \in R / x \leq 3 \text{ ou } x \geq 5\}$
d) $\{x \in R / x \leq -3\}$
e) S = $\varnothing$

05). (MACK) O conjunto da solução da inequação $(-x^2+7x-15).(x^2+1) < 0$ é:

a) $\varnothing$ b)]-1,7[c)]-3,5[
d)]-3,-1[e) *R*

06). (PUC) O número de soluções inteiras da inequação $(x^2+2x+7).(x^2-7x+6) \leq 0$ é:

a) 5 b) 6 c) 7
d) 3 e) 1

07). (UFMG) A solução da inequação $x + \frac{1}{x} \leq 2$ é:

a) $x \leq -1$ ou $x = 1$
b) $x < 0$ ou $x = 1$
c) $x = 1$
d) $x \leq 1$
e) $x < 0$

08). O conjunto solução da inequação $\frac{2x}{x-1} > 1$, em R, é:

a) $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$
b) $]-1;+\infty[$
c) $]-\infty;-1[$
d) $]-1;i[$
e) $R - \{1\}$

09). A solução do sistema de inequações $\begin{cases} x^2-3x+2<0 \\ x^2-2x+1>0 \end{cases}$ é?

a) [2,3] b)]-1,3] c)]1,2[
d)]-1,1[e)]-1,2[

10). (UEL) A solução do sistema

$$\begin{cases} 3x^2+2<7-2x \\ 48x<3x+10 \\ 11-2(x-3)>1-3(x-5) \end{cases}$$

a) $]0,\frac{5}{2}[$ b) $]-\frac{1}{2},\frac{3}{2}[$ c) $]-2,0[\cup]5,9[$
d) $]-1,\frac{2}{9}[$ e) $]-2,0[\cup]2,5[$

11). (FGV) Seja *D* o conjunto dos números reais *x*, para os quais $\frac{x+1}{x-2} \geq 4$. Então *D* é o conjunto dos *x* reais tais que:

a) $x < \frac{9}{2}$ e $x \neq 2$
b) $2 < x \leq 3$
c) $x > 2$
d) $x < 2$ ou $x < 3$
e) $-1 \leq x < 2$

12). A solução da inequação $\frac{x+1}{x^2-9} \geq 0$ é:

a) $\{x \in R / x > -1 \ ou \ x < 4\}$
b) $\{x \in R / x < -1 \ ou \ x \geq 4\}$
c) $\{x \in R / x \geq -1 \ ou \ x \geq 4\}$
d) $\{x \in R / x \leq -1 \ ou \ x > 4\}$
e) $\{x \in R / x \geq -1 \ ou \ x < 4\}$

13). (UNESP) O conjunto solução da inequação $(x-2)^2 < 2x - 1$, considerando como universo o conjunto R, está definido por:

a) 1 < x < 5 b) 3 < x < 5 c) 2 < x < 4 d) 1 < x < 4
e) 2 < x < 5

14). A solução da resolução da inequação $\begin{cases} -2x - 3 \leq 0 \\ x^2 + 2x - 3 < 0 \end{cases}$ é:

a) $\{x \in R / x < -3\}$
b) $\{x \in R / -3 < x < 1\}$
c) $\{x \in R / x < -3 \ ou \ x > 1\}$
d) $\{x \in R / x \leq -\frac{3}{2} \ ou \ x > 1\}$
e) $\{x \in R / -\frac{3}{2} \leq x < 1\}$

15). (UEM/ adaptada) A soma dos inteiros que pertencem a solução da inequação $\frac{x^2+8x+12}{x^2+4x+4} \geq 2$ é:

a) 0 b) -2 c) 2
d) 6 e) -1

16). (UEM/ adaptada) A solução da inequação $\frac{x-4}{x-5} \geq 0$ em R é:

a) $x < -4$ ou $x \geq 5$
b) $x < -5$ ou $x > 4$
c) $x > 4$
d) $x > 5$
e) $x \leq 4$ ou $x > 5$

17). (UEM/ adaptada) Determine em R a solução da inequações:

a) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \geq 0$

b) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} \geq 0$

GABARITO				
01. A	02. B	03. A	04. D	05. E
06. B	07. B	08. A	09. C	10. D
11. B	12. C	13. A	14. E	15. C
16. E	17. a) $\{x \in R / x \leq -1 \ ou \ x > 1\}$ b) $\{x \in R / x > 1\}$			

CAPÍTULO 12

RAZÃO E PROPORÇÃO

I. Razão.

Chama-se razão entre dois números a e b, com $b \neq 0$, nesta ordem, a divisão ou quociente entre a e b. O número a é o numerador (antecedente) e o número b, o denominador (conseqüente). Indica-se a razão entre a e b por:

$$\boxed{\frac{a}{b} \; ou \; a \div b}$$

Exemplos:

1) A velocidade média de um carro que percorre 200 km em 4 horas é dada por?

$$v = \frac{200\,km}{4\,h} = 50\,{}^{km}\!/_{h}$$

2) Certa cidade tem uma área aproximada de 1500 km². A população dessa cidade é de aproximadamente 360.000 habitantes. Logo, sua densidade demográfica é:

$$d = \frac{n^\circ\,de\,hab.}{área} = \frac{360.000}{1500} = 240\,{}^{hab}\!/_{km^2}$$

II. Proporção.

Dados quatro números reais não nulos, a, b, c e d, dizemos que eles formam uma proporção, nesta ordem, quando a razão $\frac{a}{b}$ é igual a razão $\frac{c}{d}$, onde indicamos por:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \; ou \; a \div b = c \div d}$$

Propriedade Fundamental: Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\boxed{b.c = a.d}$$

Exemplos:

1) Na bula de remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do "peso" da criança. Se uma criança tem 12 kg, a dosagem correta x é dada por:

$$\frac{5\,gotas}{2\,kg} = \frac{x}{12\,kg} \qquad \begin{array}{l} 2x = 60 \\ x = 30\;gotas \end{array}$$

2) Determinar o valor de x para que as razões $\frac{x}{3}$ e $\frac{5}{15}$ formem uma proporção.

$$\frac{x}{3} = \frac{5}{15} \qquad \begin{array}{l} 15x = 3.5 \\ x = 1 \end{array}$$

III. Grandezas diretamente proporcionais (G.D.P).

Duas grandezas são proporcionais (ou diretamente proporcionais) se os valores de x e y correspondentes são tais que:

$$\boxed{\frac{x}{y} = k}$$ onde k = constante de proporcionalidade

Observe que para as grandezas serem proporcionais, quando duplicar uma grandeza a outra também duplica, quando triplicar uma grandeza a outra também triplica e assim por diante.

IV. Grandezas inversamente proporcionais (G.I.P).

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando os valores x e y correspondentes são tais que:

$$\boxed{x\,.\,y = k}$$ onde k = constante de proporcionalidade

Observe que para as grandezas serem inversas, quando uma duplica a outra reduz-se pela metade, quando uma triplica a outra reduz-se a um terço e assim por diante.

Exemplos:

1) Um carro se descola com velocidade constante em trajetória retilínea. A tabela mostra o deslocamento do carro em função do tempo.

tempo	*Deslocamento (m)*
1	20
2	40
3	60
4	80
5	100
...	...
10	200

Vamos chamar x o deslocamento e t o tempo, observe que:

$$\frac{x}{t} = \frac{20}{1} = \frac{40}{2} = \frac{60}{3} = \frac{80}{4} = \frac{100}{5} = \frac{200}{10} = 20$$

Então: $\frac{x}{t}$ é constante (G.D.P.)

2) Um gás é mantido a temperatura constante em um recipiente de volume variável. Quando se altera o volume do gás a sua pressão também se modifica. Registram-se em uma tabela os valores correspondentes da pressão (P) e volume (V).

pressão	*volume*
20	20
40	10
80	5
100	4
200	2
400	1

Observe agora que P e V são grandezas inversamente proporcionais, pois:

$$P.V = 20.20 = 40.10 = 80.5 = 100.4 = 200.2 = 400.1 = 400$$

ou seja $P.V$ *é constante.*

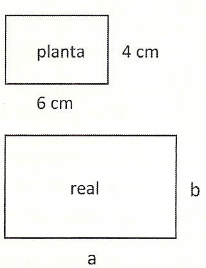
Exercícios

01). Uma videolocadora tinha 1200 filmes no total, sendo que a razão entre o número de filmes nacionais e o número de filme estrangeiro era 1/5. Neste mês chegaram 450 novos filmes e essa razão passou a ser 1/2. Quantos filmes nacionais a videolocadora têm agora?

02). Três pintores executaram um serviço cobrando R$3.300,00. O serviço deveria ter sido dividido em partes iguais, porém o número de horas trabalhadas para terminar o serviço foi diferente, então resolveram dividir proporcional ao número de horas trabalhadas. Sabendo que o primeiro pintor trabalhou 2 horas, o segundo 5 horas e o terceiro 4 horas, quanto recebeu cada pintor?

03). Um pai vai dividir R$39.100,00 para três filhos, e decidiu dividir o dinheiro a quantias inversamente proporcional a idade de cada filho. Sabendo-se que as idades são 21 anos, 39 anos e 45 anos, quanto receberá cada um?

04). Na planta de uma casa, a escala é de 1:60, determinado cômodo é representado por um retângulo de 4 cm por 6 cm. Qual a área do cômodo?



Exercícios Propostos

01). Na festa de inauguração de uma livraria, verificou-se que a razão entre o número de homens e o de mulheres presentes era 2/3. Se nesse dia circulam 750 visitantes pela livraria, qual é a diferença entre o número de mulheres e o de homens que participaram da inauguração?

a) 450 b) 300 c) 210
d) 180 e) 150

02). Uma fotografia tem 10 cm de largura e 15 cm de comprimento. Queremos ampliá-la na proporção que seu comprimento tenha 18 cm. Então, na foto maior, calcule a largura.

a) 11 cm b) 12 cm c) 13 cm
d) 14 cm e) 14,5 cm

03). Uma máquina trabalha durante 40 minutos e produz 200 peças iguais. Quantas peças serão produzidas pela mesma máquina em 2 horas e 30 minutos?

a) 400 b) 450 c) 500
d) 750 e) 800

04). Um livro de 240 páginas possui 30 linhas em cada página. Se o mesmo livro fosse reimpresso com os mesmos caracteres, utilizando 40 linhas em cada página, quantas páginas teria o novo livro?

a) 300 b) 280 c) 180
d) 200 e) 120

05). Na bula de um remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg. Se uma criança recebeu 25 gotas, então quantos quilos tem a criança?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

06). (FAAP) Admitindo-se que a razão ideal do número de habitantes de uma cidade para cada metro quadrado de área verde fosse de 2 para 5, então a população máxima que deveria ter uma cidade com 400.000 m² de área verde seria de:

a) 16.000 habitantes

b) 80.000 habitantes
c) 160.000 habitantes
d) 200.000 habitantes
e) 140.000 habitantes

07). A escala da planta de um terreno, na qual o comprimento de 100 m foi representado por um segmento de 5 cm, é de:

a) $\frac{1}{200}$ b) $\frac{1}{1000}$ c) $\frac{1}{2000}$
d) $\frac{1}{10000}$ e) $\frac{1}{100}$

08). Uma máquina varredeira limpa uma área de 5.100 m² em 3 horas de trabalho. Nas mesmas condições, em quanto tempo limpará uma área de 11.900 m²?

a) 7 horas b) 9 horas c) 5 horas
d) 4 horas e) 10 horas

09). Numa indústria, 18 operários, trabalhando 7 horas por dia, fazem determinado serviço em 24 dias. Em quantos dias, 12 operários, trabalhando 9 horas por dia farão o mesmo serviço?

a) 18 b) 22 c) 28
d) 30 e) 32

10). Sabe-se que 5 máquinas, todas de igual produção, são capazes de produzir 500 peças em 5 dais, trabalhando 5 horas por dia. Se 10 máquinas iguais as primeiras operassem 10 horas por dia durante 10 dias, o número de peças produzidas seria:

a) 1000 b) 2000 c) 4000
d) 5000 e) 8000

11). Se 45 pedreiros executam uma obra em 16 dias, trabalhando 7 horas por dia, quantos pedreiros serão precisos para executar a mesma obra em 12 dias, trabalhando 10 horas por dia?

a) 38 b) 42 c) 26
d) 48 e) 50

12). (UFGO) Na compra de um carro foi dada uma entrada, correspondente a um terço do seu valor, e o restante foi financiado em 24 prestações fixas de R$625,00. Calcule o preço do carro.

a) R$22.500,00
b) R$28.000,00
c) R$26.500,00
d) R$30.000,00
e) R$31.600,00

13). Na estrada, um veículo de passeio percorre 12 km com um litro de combustível. Depois de percorrer 216 km de uma rodovia, o motorista desse veículo observou que o ponteiro do marcador, que indicava 7/8 do tanque passou a indicar 1/2. Qual é a capacidade desse tanque?

a) 40 ℓ b) 45 ℓ c) 48 ℓ
d) 50 ℓ e) 54 ℓ

14). Dividindo-se o número 70 em partes inversamente proporcionais a 1, 2 e 11, a constante de proporcionalidade vale:

a) 11 b) 22 c) 44
d) 10 e) 4

15). O setor de recursos humanos de uma empresa constatou que, entre os entrevistados pretendentes a um emprego, a razão entre o número de entrevistados e os aprovados é 2/7. Sabendo-se que foram aprovados 4 candidatos, quantas pessoas foram entrevistadas?

a) 20 b) 17 c) 14
d) 12 e) 24

GABARITO				
01. E	02. B	03. D	04. C	05. C
06. C	07. C	08. A	09. C	10. C
11. B	12. A	13. C	14. C	15. C

CAPÍTULO 13

PORCENTAGEM
JURO SIMPLES E JURO COMPOSTO

I. Porcentagem.

É comum em nosso cotidiano observarmos em revistas, jornais, rádio, TV e outros meios de comunicação a linguagem de porcentagem (x %).

Matematicamente o símbolo % lê-se por cento e significa centésimo.

$$\boxed{x\% = \frac{x}{100}}$$

Exemplos

1) Represente sob a forma de fração irredutível e sob a forma de número decimal cada taxa percentual.

a) $12\% = \frac{12}{100} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} = 0{,}12$

b) $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0{,}05$

c) $70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

d) $120\% = \frac{120}{100} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

2) Represente sob a forma de taxa percentual cada um dos números decimais.

a) $0{,}25 = 25\%$

b) $0{,}08 = 8\%$

c) $0{,}052 = 5{,}2\%$

d) $2{,}37 = 237\%$

II. Juro simples.

Chama-se juro simples todo pagamento feito pela utilização de uma quantia em alguma moeda aplicada por um determinado período de tempo.

$$\boxed{J = C \times i \times t}$$

Onde: J = juro
C = capital aplicado
i = taxa de juro
t = tempo de aplicação

Exemplos:

3) Uma pessoa emprestou 10.000,00 reais a uma taxa de juros simples de 10% ao mês. Qual é o juro produzido em três meses?

$$J = C \times i \times t$$
$$J = 10.000{,}00 \times 10\% \times 3$$
$$J = 3.000{,}00$$

Obs.: Chama-se montante (M) a soma do capital inicial com o juro produzido.

$$\boxed{M = C + J}$$

Então no exemplo anterior temos:

$$M = C + J$$
$$M = 10.000{,}00 + 3.000{,}00$$
$$M = 13.000{,}00$$

III. Juro composto.

É o acumulado do montante a cada mês consecutivo.

Observando o exemplo n.º3 se calcularmos o empréstimo a um juro composto, temos:

$$1^\circ\ mês = 10.000{,}00 + 0{,}1 \times 10.000{,}00 = 11.000{,}00$$
$$2^\circ\ mês = 11.000{,}00 + 0{,}1 \times 10.000{,}00 = 12.100{,}00$$
$$3^\circ\ mês = 12.100{,}00 + 0{,}1 \times 12.100{,}00 = 13.300{,}00$$
$$Logo: M = 13.300{,}00\,(juro\ composto)$$

Obs.: Juro simples: M =13.000,00

Podemos calcular o montante produzido pelo juro composto pela seguinte fórmula:

$$\boxed{M = C \times (1+i)^t}$$

Obs.:

I. Às vezes em vez de ganhar numa aplicação financeira, pode existir uma perda, então:

$$\boxed{M = C \times (1-i)^t}$$

II. Quando as taxas mensais variam mês a mês a juro composto, temos:

$$\boxed{M = C \times (1 \pm i_1).(1 \pm i_2).(1 \pm i_3)...(1 \pm i_n)}$$

Exercícios

01). Flávio conseguiu um desconto e pagou a vista R$680,00 por um produto que custava R$800,00. Qual foi o percentual do desconto?

60 140 - 84% 16%

02). Um fogão cujo preço a vista é de 680,00 reais, tem um acréscimo de 5% no seu preço se for pago em três prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

1400 x4 5,600

96 x6 9600

03). Uma academia de ginástica é freqüentada por 400 alunos, dos quais 20% são homens. Depois de uma promoção, o número de alunos aumentou e a porcentagem de homens caiu para 16%. Sabendo-se que os alunos novos são todos mulheres, quantos alunos começaram a freqüentar a academia depois da promoção?

04). Um capital de R$600,00 aplicado a taxa de juro simples de 20% ao ano, gerou um montante de R$1.080,00 depois de certo tempo. Qual foi esse tempo?

600 → 720

05). Quanto receberá aproximadamente de juro, no fim de um semestre, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R$6.000,00 a taxa de 1% ao mês?
(considere $(1{,}01)^6 \cong 1{,}062$)

Exercícios Propostos

01). Uma indústria automobilística aumentou o preço de um veículo de 18.990,00 para 19.559,70. Qual foi o percentual de aumento?

a) 9% b) 0,02% c) 0,03
d) 0,4% e) 3%

240 | 15
90 16
0

02). (UEPA) Na última eleição para prefeitura de uma cidade, registrou-se o seguinte resultado:

- Votaram *x* eleitores.
- O candidato A recebeu 60% dos votos.
- O candidato B recebeu 25% dos votos.
- 2.400 votos foram brancos ou nulos.

O valor de *x* é:

15% — 2400
100% — X

240000 / 15

$\boxed{16000}$

a) 16.000 b) 13.600 c) 18.200
d) 9.600 e) 24.000

03). Certo valor foi aumentado em 20% e posteriormente foi reduzido em 20%. Qual a variação ocorrida em relação ao valor inicial?

a) nula
b) aumentou 10%
c) redução de 10%
d) aumento de 4%
e) redução de 4%

160 - 96 = 64

100
36

04). (FUVEST) Observe a tabela:

Produção e vendas, em setembro, de três montadoras de automóveis.		
Montadora	Unidades produzidas	Porcentagem vendida da produção
A	3.000	80%
B	5.000	60%
C	2.000	*x*%

Sabendo que nesse mês as três montadoras venderam 7.000 dos 10.000 automóveis produzidos, o valor de *x* é:

a) 30 b) 50 c) 65
d) 80 e) 100

05). Uma aplicação em caderneta de poupança rendeu em 3 meses consecutivos respectivamente 2%, 2,5% e 3%. Qual foi o rendimento acumulado no trimestre?

a) 7% b) 7,5% c) 7,68%
d) 7,85% e) 8%

06). (PUC) Certa mercadoria que custava R$12,50 teve um aumento, passando a custar R$14,50. A taxa de reajuste sobre o preço antigo é de:

a) 2% b) 20% c) 12,5%
d) 11,6% e) 16%

07). Certa mercadoria é vendida em duas lojas, A e B, sendo R$20,00 mais cara em B. Se a loja B oferecesse um desconto de 10%, o preço nas duas lojas seria o mesmo. Qual é o preço na loja A?

a) 165,00 b) 180,00 c) 195,00
d) 205,00 e) 220,00

08). A quantia de R$1890,00 foi repartida entre 3 pessoas da seguinte forma: Marta recebeu 80% da quantia de Luís e Sérgio recebeu 90% da quantia de Marta. Quanto recebeu Luís?

a) 540,00 b) 600,00 c) 680,00
d) 750,00 e) 790,00

09). Um comerciante comprou uma peça de tecido de 100 m por R$800,00. Se ele vender 40 m com lucro de 30%, 50 m com lucro de 10% e 10 m pelo preço de custo, quanto por cento de lucro ele terá na venda de toda peça?

a) 17% b) 25% c) 32%
d) 40% e) 41%

10). (MACK) Uma loja vende uma mercadoria por R$300,00 para pagamento à vista, ou em duas parcelas iguais de R$160,00 sendo uma no ato da compra e outra 30 dias após. Assim, a taxa mensal de juros exigida pela loja está próxima de:

a) 14,3% b) 18,5% c) 22,2%
d) 26,3% e) 30,1%

11). Em 01/03/2006 uma pessoa emprestou a quantia de R$4.000,00, a juro simples, com taxa de 4% ao mês. Qual o montante da divida em 01/07/2006?

a) 5.600,00 b) 5.260,00 c) 4.840,00
d) 4.640,00 e) 4.460,00

12). Durante quanto tempo um capital deve ser aplicado para que seu valor dobre, no sistema de juros simples, à taxa de 2% ao mês?

a) 100 meses b) 50 meses c) 25 meses
d) 12 meses e) 6 meses

13). Um aparelho de TV custa R$880,00 para pagamento à vista. A loja também oferece as seguintes condições: R$450,00 no ato e uma parcela de R$450,00 a ser paga um mês após a compra. Qual é a taxa de juros mensal cobrada nesse financiamento?

a) 9,7% b) 2,2% c) 4,4%
d) 4,65% e) 5,2%

14). Suzi recebeu R$3.000,00 referente a uma indenização trabalhista. Retirou 1/6 desse valor para pagamento dos honorários do advogado e o restante aplicou em um investimento a juros simples, à taxa de 2% ao mês. Quanto tempo Suzi deverá esperar para poder retirar R$3.000,00 dessa aplicação?

a) 6 meses b) 7 meses c) 8 meses
d) 10 meses e) 1 ano

15). Um capital de R$500,00 aplicado durante quatro meses a juro composto a uma taxa mensal fixa produziu um montante de R$800,00. Qual é a taxa mensal de juros?

a) 6,8% b) 12,4% c) 8,8%
d) 15% e) 4,6%

16). Aplica-se um capital de R$20.000,00 a juro composto com taxa de 6% ao mês. Qual será o montante acumulado em 2 anos? (considere: $(1{,}06)^{24} \cong 4{,}04$)

17). Um terreno comprado pó R$100.000,00 valorizou 10% no primeiro mês, 8% no segundo, 9% no terceiro e 6% no quarto mês. Após a compra, qual foi o percentual de valorização nesses 4 meses?

a) 37,26% b) 32,5% c) 28,4%
d) 24,8% e) 20,45%

18). Na compra de um imóvel por R$50.000,00, tive um prejuízo de 5% no primeiro mês e outro prejuízo de 3% no segundo mês. Após a compra, qual foi o percentual de prejuízo nos dois meses?

a) 8% b) 15% c) 7,85%
d) 8,15% e) 10%

GABARITO				
01. E	02. A	03. E	04. D	05. C
06. E	07. B	08. D	09. A	10. A
11. D	12. B	13. D	14. D	15. B
16. 80.800 reais	17. A	18. C		

CAPÍTULO 14

MÉDIAS

I. Média aritmética simples.

Chamada simplesmente de média, é a mais conhecida e utilizada por nós. É o quociente entre a soma dos valores observados e o número de observações.

Sejam os números $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ e *Ma* a média aritmética, temos:

$$\boxed{Ma = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}}$$

Exemplo:

1) Numa rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol (Brasileirão) tiveram 10 jogos, cuja quantidade de gols por partida está apresentada na tabela:

Partida	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
Número de gols	3	0	2	5	1	5	3	4	1	2

Qual foi a média de gols por partida nessa rodada?

$$Ma = \frac{3+0+2+5+1+5+3+4+1+2}{10}$$

$$Ma = 2{,}6 \text{ gols por partida.}$$

II. Média aritmética ponderada.

Chamada também de média ponderada. É o quociente entre a soma dos valores observados vezes seus respectivos pesos, pela soma dos pesos.

Sejam os números $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ e $p_1, p_2, p_3, \ldots p_n$ seus respectivos pesos, e *Mp* a média ponderada, temos:

$$\boxed{Mp = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \ldots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}}$$

Exemplo

2) Em um bimestre, um aluno obteve as seguintes notas, em três avaliações: 3,0, 6,0 e 8,0. Considerando que cada avaliação possui um peso, respectivamente: 5, 3 e 2, qual a média do aluno?

$$Mp = \frac{3{,}0 \times 5 + 6{,}0 \times 3 + 8{,}0 \times 2}{5+3+2}$$

$$Mp = 4{,}9$$

III. Média harmônica.

A média harmônica de *n* números $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, é o inverso da média aritmética dos inversos desses números.

$$\boxed{Mh = \frac{1}{\dfrac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}{n}}}$$

Exemplo

3) Calcular a média harmônica entre os números 7, 9 e 4.

$$M = \frac{\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}}{3} = \frac{\frac{36+28+63}{256}}{3} = \frac{\frac{127}{256}}{3}$$

$$M = 0{,}168$$

Calcular o inverso da média aritmética dos inversos dos números 7, 9 e 4, ou seja:

$$Mh = \frac{1}{M} = \frac{1}{0{,}168} = 5{,}952$$

IV. Média geométrica.

Sejam os números $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, defini-se média geométrica (*Mg*) desses números a raiz n-ésima do produto de $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, ou seja:

$$\boxed{Mg = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots x_n}}$$

Exemplo

4) Calcular a média geométrica dos números 2, 4 e 8.

$$Mg = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64}$$

$$Mg = 4$$

Exercícios Propostos

01). (MACK) A média aritmética de *n* números positivos é 7. Retirando-se do conjunto desses números o número 5, a média aritmética dos números que restam passa a ser 8. O valor de *n* é:

a) 2 b) 3 c) 5
d) 6 e) 9

02). (FUVEST) Sabe-se que a média aritmética de 5 números inteiros distintos, estritamente positivos, é 16. O maior valor que um desses inteiros pode assumir é:

a) 16 b) 20 c) 50
d) 70 e) 100

03). (CESGRANRIO) Considere um grupo de 10 pessoas A,B, C, D,..., I e J, entre as quais:
1) A, B e C têm respectivamente, 16, 29 e 31 anos.
2) H e J nasceram em 1971.
3) D, E, F, G e I nasceram, nesta ordem, em anos consecutivos.
Sabe-se ainda que todos já aniversariaram neste ano (1998) e que a média aritmética das idades de todo o grupo é 23. O ano em que I nasceu foi:

a) 1980 b) 1979 c) 1978
d) 1977 e) 1976

04). (UFMS) A média aritmética das notas dos alunos de uma classe de 40 alunos é 7,2. Se a média aritmética das notas das meninas é 7,6 e a dos meninos é 6,6, então o número de meninas na classe é:

a) 20 b) 18 c) 22
d) 24 e) 25

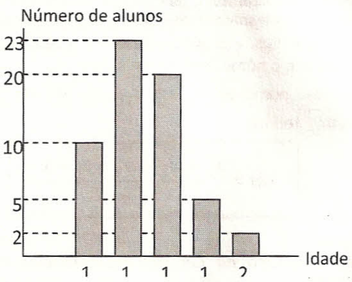
05). (FGV) Numa partida de futebol entre Corinthians e Palmeiras foi pesquisada a idade dos torcedores. Constatou-se, com base nas pessoas que compareceram ao estádio, que a idade médias dos corintianos e palmeirenses era de 36 e 45 anos, respectivamente. Se no estádio, nesse dia, o número de corintianos era uma vez e meia o de palmeirense, a idade média do total de torcedores corintianos e palmeirenses presentes nessa partida foi de:

a) 40,5 anos b) 45 anos c) 36 anos
d) 41,4 anos e) 39,6 anos

06). (UFSC) O quadro abaixo representa a distribuição de notas de uma turma de 20 alunos, numa prova de Química. Determinar a média da turma.

Nota	50	40	60	80	90	100
Nº. de alunos	2	4	5	3	4	2

07). (FUVEST) A distribuição das idades dos alunos de uma classe é dada pelo gráfico:



Qual das alternativas representa melhor a média de idade dos alunos?

a) 16 anos e 10 meses.
b) 17 anos e 1 mês.
c) 17 anos e 5 meses.
d) 18 anos e 6 meses.
e) 19 anos e 2 meses.

08). Determine a média harmônica entre os números 2 e 3.

a) 1,8 b) 2,2 c) 2,4
d) 2,8 e) 3,1

09). A média geométrica dos números $\frac{1}{2}$ e x é 4. Então o valor de x é:

a) 1 b) 1/8 c) 16
d) 24 e) 32

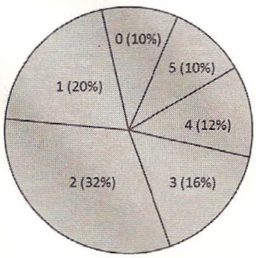
10). (UNICAMP) A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é de 40 anos. Se a média aritmética das mulheres é de 35 anos e a dos homens é de 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo no grupo?

11). (PUC) As médias aritméticas e geométricas das raízes da equação $4x^2 - nx + m = 0$, com m e n positivos, valem respectivamente:

a) $\frac{n}{4}$ e $\frac{\sqrt{m}}{2}$ b) $\frac{n}{2}$ e $\frac{\sqrt{m}}{4}$ c) $\frac{n}{8}$ e $\sqrt{\frac{m}{2}}$
d) $\frac{n}{8}$ e $\frac{\sqrt{m}}{2}$ e) $\frac{n}{4}$ e $\frac{m}{2}$

12). (UNICAMP) Para votar, cinco eleitores demoraram, respectivamente, 3min e 38s, 3min e 18s, 2min e 46s, 2min e 57s e 3min e 26s. Qual foi a media do tempo de votação (em minutos e segundos) desses eleitores?

13). (UNICAMP) O gráfico a seguir, em forma de pizza, representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão.



Pergunta-se:

a) Quantos candidatos tiveram nota 3?

b) É possível afirmar que a nota média nessa questão foi ≤ 2? Justifique sua resposta.

14). A média geométrica das raízes da equação $x^2 - 1996x + 16 = 0$ é igual a:

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

15). (UFPR) Em levantamento feito numa sala de aula de um curso da UFPR, verificou-se que a média de idades dos 42 alunos matriculados era de 20,5 anos. Nesse levantamento foram considerados apenas os anos completos e desconsiderados todas as frações (meses, dias, etc.). Passadas algumas semanas, a coordenação do curso verificou que um aluno havia desistido, e que a média das idades caiu para 20 anos. Como nesse período nenhum aluno da turma fez aniversário, qual a idade do aluno que desistiu?

a) 41 anos
b) 25 anos
c) 29 anos
d) 33 anos
e) 37 anos

GABARITO				
01. B	02. D	03. A	04. D	05. E
06. 68	07. C	08. C	09. E	10. mulheres = 80 homens = 40
11. D	12. 3min. e 12 segundos	13. a) 5120 b) Não, a média = $2{,}3 > 2$.	14. C	15. A